Datenkompression (Rote), SS 2003, 9. Übungsblatt
Abgabe: bis Montag, 7. 7. 2003

36. (7 Punkte) Leiten Sie die Formel für die inverse diskrete Cosinustransformation her:

$$g_j = \frac{1}{\sqrt{N}} G_0 + \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=1}^{N-1} G_k \cos \frac{\pi k(2j+1)}{2N}$$

(Hinweis: Sie können zum Beispiel die Beziehung zur diskreten Fouriertransformation ausnützen und die Herleitung in der Vorlesung rückwärts verfolgen.)

37. (8 Punkte) Bei der Bildkompression mit JPEG sind die Eingabewerte üblicherweise ganze Zahlen im Bereich $0 \ldots 255$. Vor der diskreten Cosinustransformation wird eine *Verschiebung des Nullpunkts* durchgeführt: Von allen Werten wird 128 subtrahiert, sodass die Werte g_{ij}, die der diskreten Cosinustransformation unterzogen werden, im Bereich $-128 \ldots 127$ liegen. Untersuchen Sie, wie sich diese Verschiebung auf die transformierten Werte G_{mn} $(0 \leq m, n \leq 7)$ auswirkt.

(Zusatzfrage: Welchen Vorteil bringt die Verschiebung des Nullpunktes?)

38. Diskrete Cosinustransformation (15 Punkte, wird als Programmieraufgabe bewertet)

(a) Berechnen Sie die diskrete Cosinustransformation für folgende Vektoren

i. $(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$
ii. $(5, 2, -1, -2, -2, 0, 2, 4)$
iii. $(2, 0, 2, 0, 2, 0, 2, 0)$. (Das sind dieselben Vektoren wie bei Aufgabe 34.)
iv. $(a_0, a_1, \ldots, a_7)$ mit $a_i = \sin(1.178\, i + 2.16)$. (Winkel im Bogenmaß)
v. $(a_0, a_1, \ldots, a_7)$ mit $a_i = \cos(1.178\, i)$.
vi. $(a_0, a_1, \ldots, a_7)$ mit $a_i = \cos(1.278\, i)$.

(b) Setzen sie alle transformierten Koeffizienten bis auf die k Koeffizienten mit dem größten Betrag auf 0, und berechnen Sie vom Ergebnis die inverse Kosinustransformation, für $k = 1, 2, 3$.

(c) Vergleichen Sie das Resultat mit den ursprünglichen Daten. Für welche Werte von k bekommt man eine gute Annäherung?

Vergleichen Sie die Ergebnisse auch mit den Ergebnissen von Aufgabe 34 (Fouriertransformation).