

Übungsblatt 1

Aufgaben für Montag 29. September 2025

Aufgabe 1. Welche der folgenden sprachlichen Gebilde sind Aussagen?

- | | |
|-------------------------------------|--|
| (i) $2 \cdot 2 = 5$ | (v) Auf Alpha Centauri leben intelligente Wesen. |
| (ii) Quadrate schmecken bitter. | (vi) Iss mehr Gemüse! |
| (iii) Alle Menschen sind sterblich. | (vii) Porsche baut die besten Autos. |
| (iv) Bist du gesund? | |

Aufgabe 2. Es sei p eine wahre und q, r falsche Aussagen. Welche Wahrheitswerte haben die folgenden Aussagen:

- | | |
|---|---|
| (i) $(p \wedge r) \vee (q \Rightarrow r)$ | (iii) $\neg q \Rightarrow (p \vee r)$ |
| (ii) $\neg q \vee p$ | (iv) $\neg(p \wedge q) \vee (p \vee r)$ |

Aufgabe 3. Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabellen, dass die folgenden Aussagen wahr sind:

- | | |
|---|--|
| (i) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ | (iii) $(p \wedge (q \vee r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$ |
| (ii) $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ | (iv) $((p \vee q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$ |

Aufgabe 4. Beweisen Sie die folgenden Umformungen und geben Sie bei jedem Schritt das benutzte Gesetz an:

- $(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$
- $(p \vee q) \wedge (r \vee s) \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (p \wedge s) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge s)$
- $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \Rightarrow q)$
- $(p \wedge q \Rightarrow r) \Leftrightarrow ((p \wedge \neg r) \Rightarrow \neg q)$

Aufgabe 5. Welche der folgenden Aussagen sind Tautologien?

- | | |
|--|--|
| (i) $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ | (iii) $\neg(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow ((p \Leftrightarrow \neg q))$ |
| (ii) $((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$ | (iv) $((p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r))$ |

Aufgabe 6. Negieren Sie die folgenden Aussagen, wobei d : Ich habe Durst, m : Ich trinke Milch.

- (i) Wenn ich Durst habe, trinke ich Milch.
- (ii) Ich trinke keine Milch, wenn ich Durst habe.
- (iii) Ich trinke dann und nur dann Milch, wenn ich Durst habe.
- (iv) Ich trinke genau dann keine Milch, wenn ich keinen Durst habe.
- (v) Ich trinke nur dann keine Milch, wenn ich Durst habe. (vergleiche mit (ii))

Aufgabe 7.

- (i) Geben Sie Wahrheitstabellen für die folgenden Aussagen an:
 - (a) “entweder p oder q “
 - (b) “weder p noch q “
- (ii) Schreiben Sie diese Aussagen mit Hilfe von \neg , \wedge , \vee .
- (iii) Negieren Sie diese Aussagen.

Aufgabe 8. Es sei $p | q :\Leftrightarrow \neg(p \wedge q)$ (Sheffer-Funktion, “nand“).

- (i) Stellen Sie die Wahrheitstafel von $p | q$ auf.
- (ii) Ist $p | (q | r) = (p | q) | r$ eine Tautologie?
- (iii) Zeigen Sie, dass sich \neg , \wedge , \vee , \Rightarrow , \Leftrightarrow alle nur durch $|$ ausdrücken lassen.

Aufgabe 9. Ein 100-jähriger wird nach seinem Rezept fürs Altwerden gefragt. Seine Antwort: Hier sind meine Diätregeln. Wenn man kein Bier zu einer Mahlzeit trinkt, dann esse man Fisch. Wenn man Bier und Fisch zu einer Mahlzeit hat, dann verzichte man auf Eiscreme. Wenn man Eiscreme hat oder Bier meidet, dann esse man keinen Fisch. Das kann man auch kürzer sagen! Wie und warum?

Aufgabe 10. Ein Kommissar hat zu einem Verbrechen 4 Zeugen vernommen. Aus den Vernehmungen hat er folgende Schlussfolgerungen gezogen:

- (i) Wenn der Butler die Wahrheit sagt, dann auch der Koch.
- (ii) Koch und Gärtner können nicht beide die Wahrheit sagen.
- (iii) Gärtner und Hausmeister lügen nicht beide.
- (iv) Wenn der Hausmeister die Wahrheit sagt, dann lügt der Koch.

Modellieren Sie die Informationen des Kommissar als logische Formeln. Verwenden Sie dazu die Variablen B , K , G und H . Bei welchen Zeugen kann der Kommissar sicher sein, dass sie lügen? Bei welchen kann er sicher sein, dass sie die Wahrheit sagen? Erklären Sie, wie Sie auf Ihr Ergebnis kommen!

Aufgabe 11. Wenn ich die Prüfung bestehe, bekomme ich den Führerschein. Ich bestehe die Prüfung oder mein Bruder gewinnt die Wette. Wenn ich den Führerschein bekomme, kaufe ich mir ein Auto. Ich kaufe mir kein Auto.

Was können Sie daraus schließen, wenn p : “Ich bestehe die Prüfung“, f : “Ich bekomme den Führerschein“, w : “Mein Bruder gewinnt die Wette“, a : “Ich kaufe mir ein Auto“.