

The Mathematical Explorer

Es gibt einige Bücher, in denen ausgewählte Themen der Mathematik des 20. Jahrhunderts für Nichtmathematiker aufbereitet werden; zum Beispiel Ian Stewarts *The Problems of Mathematics* oder Keith Devlins *Mathematics: The New Golden Age*. Stan Wagon hat etwas Neues ausprobiert: Er hat ein auf Mathematica basierendes elektronisches und interaktives „Buch“ geschrieben, das auf einer CD-ROM vertrieben wird, den *Mathematical Explorer*.

Der *Mathematical Explorer* besteht aus zwei Teilen. Da ist zum einen der Mathematica-Kern, der zwar nicht die Funktionalität der Vollversion von Mathematica besitzt, aber für den Hausgebrauch ausreicht. Außer den für den *Explorer* maßgeschneiderten Befehlen kann man die üblichen Anwendungen wie Differenzieren, Integrieren, Lösen von Gleichungen (alles sowohl numerisch als auch symbolisch), Termvereinfachungen, Plotten von Funktionsgraphen usw. ausführen und hat also ein Computeralgebraprogramm für die meisten mathematischen Operationen vor sich.

Aber das ist nicht der eigentliche Kern dieser CD. Der verbirgt sich etwas schamhaft unter **Help** und dort unter dem Stichwort **Help...**, nämlich Stan Wagons *Mathematical Explorer* mit 15 Kapiteln aus verschiedenen Bereichen der Mathematik. Im einzelnen geht es um folgende Themen: Primzahlen, Differential- und Integralrechnung, Berechnung von π , ebene Kurven, Prüfwert, Kryptographie, Escher-Pflasterungen, mathematische Rätsel, noch mehr ebene Kurven, Fraktale, Muster im Chaos, den großen Fermatschen Satz, die Riemannsche Vermutung, ungewöhnliche Zahlensysteme und den Vierfarbensatz.

Soweit das nackte Inhaltsverzeichnis – was hat es nun mit dem Interaktiven auf sich? Der *Explorer* enthält außer dem erklärenden Text nämlich Zeilen mit Mathematica-Befehlen, die man mit **Shift-Enter** ausführen kann (und sollte). Zum Beispiel findet man im Kapitel über Primzahlen die Zeile

```
In[1]:= PrimePi[100],
```

mit der man die Anzahl der Primzahlen ≤ 100 berechnen kann. Hier steht die Antwort gleich darunter:

```
Out[1]= 25,
```

aber man kann nun mit diesen Dingen fast beliebig herumspielen. Zum Beispiel kann ich die Eingabe zu

```
In[2]:= PrimePi[32578]
```

verändern, und ich erfahre aus

```
Out[2]= 3496,
```

dass es 3496 Primzahlen ≤ 32578 gibt. Und im π -Kapitel habe ich herausgefunden, dass unter den er-

sten 5000 Ziffern von π auch mein Geburtstag vorkommt, nicht aber meine Telefonnummer.

Dies sind nur zwei (absolut nichtssagende, weil kaum erkenntnisfördernde) Beispiele, wie man den *Mathematical Explorer* benutzen kann. Die Mathematica-Befehle kann jeder Leser nach Belieben abändern, um weiter auszuprobieren oder zu variieren, und es gibt viele Gelegenheiten, interessantere Dinge zu finden als den eigenen Geburtstag in der Ziffernfolge von π . Man kann sich Details zur Primzahlverteilung zeigen lassen, sich auf Feigenbaums Spuren begeben und quadratische Funktionen iterieren, parametrisierte Kurven aufzeichnen etc. An den besten Stellen gelingt es, auf diese Weise sogar so etwas wie mathematisches Verständnis zu generieren. Es ist jedoch zu betonen, dass Mathematica hier in erster Linie hilft, mathematische Sachverhalte zu illustrieren; ob der *Mathematical Explorer* vermag, den Lesern zu eigenständigen Entdeckungen zu verhelfen, bleibe fürs erste dahingestellt.

Wie jedes herkömmliche gedruckte Buch hat auch der *Mathematical Explorer* seine Stärken und Schwächen. Ich persönlich fand das Kapitel zur Differential- und Integralrechnung etwas dröge, auch wenn es dort als Zuckerl das Weierstraßsche Beispiel einer stetigen, nirgends differenzierbaren Funktion zu besichtigen gibt. Am anderen Ende der Skala hat mich das Kapitel zum Vierfarbensatz besonders fasziniert. Hier wird zuerst das Problem beschrieben, danach graphentheoretisch umformuliert und dann im Detail die (lückenhafte) Lösung von Kempe aus dem Jahr 1879 vorgestellt, dessen Algorithmus manchmal funktioniert, manchmal jedoch auch nicht. Jetzt zahlt sich die Interaktivität wirklich aus. Dank der von Wagon entwickelten Mathematica-Befehle kann sich jeder Leser Graphen erzeugen und mit der Kempeschen Methode färben lassen – und in der Animation genau nachvollziehen, ob und wann der Algorithmus versagt. Und noch etwas sieht man: Lässt man den Algorithmus statt deterministischer Wahlen wo statthaft zufällige Wahlen treffen, so steigt seine Erfolgsquote erheblich. Hier ist das elektronische Medium dem gedruckten meilenweit über-

legen.

Im großen und ganzen halte ich den *Mathematical Explorer* für gelungen, auch wenn manche Details verbesserungswürdig sind. Die Verlinkungen sind gewiss nicht optimal, und es gibt Formulierungen, die eher in die Rubrik unfreiwilliger Humor gehören („The limit [of $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}/\sqrt{n}$] is 0.604899... which we can see by computing the sum to infinity.“). Auch auf der technischen Ebene sind nicht alle Probleme gelöst. Der Text wird in einer Art Browser dargestellt, aber im Gegensatz zu einem richtigen Browser sind die Möglichkeiten, vor und zurück zu springen, sehr begrenzt. Und führt ein Link auf eines der mitgelieferten Mathematica-Demo-Notebooks, folgt man ihm und kehrt wieder in den *Explorer* zurück, so funktioniert (zumindest auf meinem Rechner) Mathematica nicht mehr; es heißt dann *Explorer* schließen, Hilfe schließen, Hilfe wieder öffnen, *Explorer* wieder öffnen und suchen, wo man vor zwei Minuten war.

Wie der Inhaltsüberblick zeigt, sind fast alle Kapitel mit dem heutigen Abiturwissen zugänglich; mögliche Ausnahmen sind der große Fermatsche Satz und die Riemannsche Vermutung. Das Fermat-Kapitel behandelt jedoch nur die Periode vor Wiles und diskutiert diverse diophantische Gleichungen – sicher eine gute Entscheidung des Autors. Wirklich etwas härtere Kost wird zur Riemannschen Vermutung serviert.

Bei der Auswahl des Materials hat sich Wagon meines Erachtens zwei Chancen entgehen lassen. Zum einen hätte es sich angeboten, etwas zur Fourier-Analyse zu schreiben. Hier könnte man die Konver-

genz einer Reihe nicht nur sehen, sondern auch hören – das wäre doch ein ideales Multimediathema! Und da ist die ganze Welt des Zufalls, der hier außer bei Randomisierungen im Hintergrund fast vollständig außen vor bleibt. Wahrscheinlichkeitstheoretische Effekte im eigentlichen Sinn werden nur einmal angesprochen, nämlich mit dem Buffonschen Nadelexperiment im Kapitel Integralrechnung (das aber auf sehr gelungene Weise). Übrigens: im Anhang des *Explorers* sind Kurzbiographien vieler Mathematiker gesammelt, und über den Comte de Buffon, auf den dieses Experiment zurückgeht, wird dort berichtet, er habe im Jahre 1777 Brote auf den mit parallelen Linien versehenen Fußboden fallen lassen, um die Wahrscheinlichkeit zu ermitteln, dass dabei eine Linie getroffen wird. Bei aller Dekadenz des ancien régime, ganz so war es nicht: *baguette* heißt auf deutsch zunächst schlicht (dünner) Stab.

Wenn Sie nun neugierig auf den *Mathematical Explorer* geworden sind, beachten Sie bitte, dass es nur eine Version für Windows und Macintosh gibt, nicht aber für Linux, und dass der Spaß 140 Euro kostet.

Stan Wagon & Wolfram Research, Inc.:
The Mathematical Explorer. Version 1.0 (2001).

Dirk Werner
Fachbereich Mathematik und Informatik
FU Berlin
Arnimallee 2–6
14195 Berlin