Übungen zum Lehrerweiterbildungskurs
"Lineare Algebra/Analytische Geometrie II"

Aufgabe A6 (Determinante, Fixelemente, LGS)

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(3,3)}$ Matrix der linearen Abbildung

$$f_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \quad \text{mit} \;\; v \mapsto Av.$$

(a) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der Gleichung

$$(*) \qquad \det(A - xE_3) = 0.$$

(b) Zeigen Sie, dass f_A einen Fixpunkt $v \neq 0$ hat, also die Gleichung $Av = v$ (mindestens) eine nicht-triviale Lösung besitzt.

(c) Bestimmen Sie alle Fixpunkte von f_A und alle Nullpunktsgeraden, die fix bleiben! Gibt es eine Nullpunktsebene, die unter f_A fest bleibt?