

## Übung zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie'

### Aufgabe B2 (Halbebene)

Sei  $\angle POQ$  ein Winkel in einer Ebene  $E$  eines geordneten affinen Raumes. Zeigen Sie, dass  $OQ^+ \setminus \{O\}$  und  $OQ \setminus OQ^+$  in verschiedenen Halbebenen der Ebene  $E$  bzgl. der Geraden  $OP$  liegen.

### Lösungsskizze:

Auf  $OQ$  wählen wir diejenige Ordnung, für die  $O < Q$  gilt.

1. Fall: Sei  $S_1 \in ]O, Q[$ , also  $O < S_1 < Q$ ; dann ist

$$[S_1, Q] = \{X \in OQ \mid S_1 \leq X \leq Q\} \subseteq ]O, Q[ = \{X \in E \mid O < X \leq Q\}.$$

Daher liegt  $S_1$  in der Halbebene  $OPQ^+$ .

2. Fall: Ist  $S_2 \geq Q$ , so  $O \notin [Q, S_2]$ , da  $O < Q \leq S_2$ . Es folgt, dass auch  $S_2$  in  $OPQ^+$  liegt. Insgesamt haben wir damit  $OQ^+ \setminus \{O\} \subseteq OPQ^+$  gezeigt.

3. Fall: Sei nun  $S_3 \in OQ \setminus OQ^+$ . Dann gilt wegen  $S_3 \notin OQ^+$  die Beziehung  $S_3 < O < Q$ , also  $O \in [S_3, Q]$ . Die Punkte von  $OQ \setminus OQ^+$  liegen also alle in der von  $OPQ^+$  verschiedenen Halbebene  $OPQ^-$ .  $\square$