Test zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie'

Name	Vorname	Korrektor/in

Folgende dreiteilige Aufgabe ist von jedem Kursteilnehmenden am 5.4.2017 innehrhalb der Übungen zu bearbeiten: Zeit: maximal 1/2 Stunde.

Aufgabe Z1 (geordnete Geometrie; Dreieckskongruenz)

1. Welcher der folgenden Begriffe gehört zur geordneten Geometrie und nicht zur affinen Geometrie ?
   Parallelogramm, Intervall, konvexe Punktmenge, Winkelfeld, gleichschenkliges Dreieck

2. Begründen Sie: In der absoluten Geometrie sind die Innenwinkel eines gleichseitigen Dreiecks paarweise kongruent.
   Anmerkung: Eigenschaften gleichschenkliger Dreiecke dürfen Sie hier unbewiesen benutzten.

3. Zeigen Sie für die konvexe Hülle zweier Punkte A, B einer geordneten affinen Ebene $\mathcal{A}$:
   $$\mathrm{conv}(\{A, B\}) = [A, B].$$
   Hinweise:
   (i) Ohne Beweis dürfen Sie benutzen, dass Intervalle von $\mathcal{A}$ konvex sind.
   (ii) Betrachten Sie auch $X \in [A, B]$ für M konvexe Punktmenge von $\mathcal{A}$ mit $A, B \in M$!

Lösungsskizze:

1. Intervall, konvexe Punktmenge, Winkelfeld

2. Sei ΔABC gleichseitig; dann sind die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ kongruent, folglich nach der Anmerkung die Basiswinkel $\sphericalangle ABC$ und $\sphericalangle ACB$. Analog gilt wegen der Kongruenz der Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ auch

$$\sphericalangle BCA \equiv \sphericalangle BAC.$$

   Aus der Transitivität der Winkelkongruenz folgt die Behauptung!

3. Da $[A, B]$ konvex ist, folgt für den Durchschnitt aller A und B enthaltenden Menge $\mathrm{conv}(\{A, B\}) \subseteq [A, B]$.
   Seien umgekehrt $X \in [A, B]$ und M konvexe Punktmenge von $\mathcal{A}$ mit $A, B \in M$, dann gilt wegen der Konvexität von M:

$$X \in M.$$

   Folglich:

$$X \in \bigcap_{M \text{konvex}, A, B \in M} M = \mathrm{conv}(\{A, B\}).$$