8. Übung: Lineare Algebra I

Sommersemester 2005

Barbara Baumeister, Abgabe: Mo, 13.6.05

(1) Schreiben Sie die Additions-, und Multiplikationstabelle eines Körpers K mit 3 Elementen auf.

(2) Zeigen Sie, dass die einzigen Unterräume von dem $\mathbf{R}$-Vektorraum $\mathbf{R}$ die trivialen Unterräume $\{0\}$ und $\mathbf{R}$ sind.

(3) Sei V der $\mathbf{R}$-Vektorraum $\mathbf{R}^5$. Sei $M_1 = \{(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \mid \sum_{i=1}^{5} a_i = 0, a_i \in \mathbf{R}\}$ und $M_2 = \{(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) \mid a_1 \neq 0, a_2 = a_3, a_i \in \mathbf{R}\}$.

(a) Überprüfen Sie, ob M_1 und M_2 Unterräume sind. Begründen Sie Ihre Aussage.

(b) Bestimmen Sie $\langle M_i \rangle$ für $i = 1, 2$.

(c) Bestimmen Sie $\langle M_1 \rangle + \langle M_2 \rangle$.

(4) Seien V ein Vektorraum , U_1, U_2 Unterräume von V.

(a) Sei $v \in U_1 + U_2$. Dann gibt es $u_i \in U_i$ mit $v = u_1 + u_2$, $i = 1, 2$. Zeigen Sie, dass diese Darstellung genau dann eindeutig ist, wenn $U_1 \cap U_2 = \{0\}$ ist.

(b) Wählen Sie V, U_1, U_2 so, dass $U_1 \cup U_2$ kein Unterraum von V ist.