7. Übungsblatt

Abgabe: Mo, 17.12.07

Aufgabe 1 Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen algebraische Gruppen sind:

(a)

$$H_n := \{A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & . & . \\ 0 & x_2 & . & . \\ . & . & . & . \\ . & . & 0 & x_n \end{pmatrix} \mid A \text{ invertierbar}\},\ U_n := \{\begin{pmatrix} 1 & x_{12} & . & x_{1n} \\ 0 & 1 & . & x_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & 0 & 1 \end{pmatrix}\},$$

$$T_n := \{B = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & . & x_{1n} \\ 0 & x_{22} & . & x_{2n} \\ . & . & . & . \\ . & . & 0 & x_{nn} \end{pmatrix} \mid B \text{ invertierbar}\}$$

(b)

$$O_n(q,k) := \{A \in GL_n(k) \mid A^tQA = Q\} \text{ für ein } \ Q = Q^t \in GL_n(k),$$

wobei A^t die zu A transponierte Matrix ist.

(c)

$$Sp_{2n}(k) := \{A \in GL_n(k) \mid \ A^tSA = S\} \text{ für } S = \begin{pmatrix} 0 & E_n \\ -E_n & 0 \end{pmatrix},$$

E_n die Einheitsmatrix.

Aufgabe 2 Sei G eine affin algebraische Gruppe. Zeigen Sie, dass für jedes y in G die Linksmultiplikation l_y, die Rechtsmultiplikation r_y und die Konjugation k_y Automorphismen von G sind.

Aufgabe 3 Sei H eine beliebige Untergruppe einer affin algebraischen Gruppe G. Zeigen Sie, dass H nur eine irreduzible Komponente besitzt, die e enthält.