5. Übungsblatt

Abgabe: Die, 28.11.06 vor der Vorlesung in das Fach von Andrea Wiese

Aufgabe 1 Beweisen Sie den Satz von Birkhoff und von Neumann: Sei M eine Matrix mit Einträgen in $\mathbf{R}_0^+$ so, dass die Zeilen und die Spaltensummen alle r sind für ein r in $\mathbf{R}^+$. Dann gibt es Permutationsmatrizen $P_1, \ldots, P_t$ und positive reelle Zahlen $c_1, \ldots, c_t$ so, daß

$$M = c_1P_1 + \cdots + c_tP_t \quad \text{und} \quad c_1 + \cdots + c_t = r$$

gilt.

Aufgabe 2 Zeigen Sie mit Hilfe von der Theorie von Flüssen in Netzwerken, daß in bipartiten Graphen gilt:

$$\min_{\{D \text{ Träger}\}}|D| = \max_{\{M \text{ Matching}\}}|M|.$$

Aufgabe 3

(a) Wieviele Buchstabenfolgen kann man aus E,H,I,R,S,W aufstellen, die weder WIR, IHR oder SIE enthalten? Also z.B. RSEWIH, aber nicht RSWIHE.

(b) Wieviele positive ganze Zahlen kleiner als 100 sind nicht durch 2 oder 3 teilbar?

Aufgabe 4 $\binom{n-m}{r-m}$ ist die Anzahl der r-elementigen Teilmengen einer n-elementigen Menge, die eine feste m-elementige Teilmenge enthalten. Zeigen Sie mit Hlfe dieser Interpretation, daß

$$\binom{n-m}{r-m} = \sum_{k=0}^{m}(-1)^k\binom{m}{k}\binom{n-k}{r}$$

gilt.