5. Übung: Lineare Algebra I

Sommersemester 2005

Barbara Baumeister, Abgabe: Mo, 23.5.05

(1) Beweisen Sie:
Ist $|M| = n$, so gilt $|\mathcal{P}(M)| = 2^n$.

(2) Es sei $f : M \to N$ eine Abbildung. Zeigen Sie durch Angabe von Beispielen, das folgende Aussagen im Allgemeinen falsch sind:

(a) Ist f injektiv, dann ist f auch surjektiv,

(b) Ist f surjektiv, dann ist f auch injektiv.

(3) Auf der Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ einer Menge M werden durch $\cap$ und $\cup$ zwei (assoziative) Verknüpfungen definiert.

(a) Bestimmen Sie für diese Verknüpfungen jeweils ein neutrales Element (falls es existiert).

(b) Welche Elemente von $\mathcal{P}(M)$ haben ein inverses Element bezüglich $\cap$ bzw. $\cup$?

(4) Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe mit $a \circ a = e$ für alle a aus G, wobei e das neutrale Element von G bezeichnet. Zeigen Sie, dass G abelsch ist.