4. Übungsblatt

Abgabe: Die, 20.5.08

Aufgabe 1 Sei $\mathcal{A} = (\mathcal{P}, \mathcal{G})$ eine affine Ebene. Dann sind alle Geraden gleichmächtig. Die *Ordnung* $Ord(\mathcal{A})$ der affine Ebene $\mathcal{A}$ ist unendlich, falls jede Gerade unendliche viele Punkte hat, sonst ist sie $|g|$, wobei $g \in \mathcal{G}$ ist.
Sei $\mathcal{A} = AG(2, K)$. Zeigen Sie, dass $Ord(\mathcal{A}) = |K|$ gilt.

Aufgabe 2 Sei $(\mathcal{P}, \mathcal{G}, \mathcal{E})$ ein affiner Raum. Zeigen Sie:

(a) Zwei parallele Ebenen schneiden sich in einer uneigentlichen Gerade.

(b) E und F seien zwei verschiedene Ebenen, die zwei gemeinsame uneigentliche Punkte besitzen. Dann schneiden sie sich in einer uneigentlichen Gerade.

Aufgabe 3 Sei $\mathcal{A}$ eine affine Ebene. $\hat{\mathcal{A}}$ sei die folgende Menge von Puunkten und Geraden:

- Die Punkte von $\hat{\mathcal{A}}$ sind die eigentlichen und uneigentlichen Punkte von $\mathcal{A}$.
- Die Geraden sind
$$\{P \in g \mid g \in \mathcal{G}\} \cup \{U_g\},$$
wobei U_g der uneigentliche Punkt ist, der g enthält, und
$$\{U_g \mid g \in \mathcal{G}\}.$$

Zeigen Sie, dass $\hat{\mathcal{A}}$ eine projektive Ebene ist.

Aufgabe 4 Zeichnen Sie ein Parallelogramm. Können Sie in der Zeichenebene nur mit dem Lineal durch einen gegebenen Punkt P eine Parallele zu einer gegebenen Gerade ziehen (voraussgesetzt, alle zur Konstruktion benötigten Schnittpunkte liegen auf der Zeichenebene)?