4. Übung: Lineare Algebra I

Sommersemester 2005

Barbara Baumeister, Abgabe: Mi, 18.5.05

(1) Aufgabe (4) von der 3. Übung.

(2) Es seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen. Beweisen Sie:

(a) Ist $g \circ f$ injektiv, dann ist auch f injektiv,

(b) Ist $g \circ f$ surjektiv, dann ist auch g surjektiv.

(3) Die Abbildungen $f : \mathbf{Z} \to \mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$ und $g : \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \to \mathbf{Z}$ sind definiert durch:

$$f(m) = (m-1, 2) \text{ und}$$

$$g(m, n) = m + n$$

Überprüfen Sie die Abbildungen $f, g, f \circ g, g \circ f$ auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

(4) Sei M eine nicht leere Menge. Definiere eine Relation $\sim$ auf der Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ von M durch: für $A, B \in \mathcal{P}(M)$ gilt

$$A \sim B \text{ genau dann, wenn } A \subseteq B.$$

(a) Zeigen Sie, dass $\sim$ eine Ordnungsrelation auf $\mathcal{P}(M)$ definiert.

(b) Überprüfen Sie, ob diese vollständig ist.

(c) Sei N eine Menge mit einer Ordnungsrelation R. Eine Teilmenge K von N heisst eine *Kette* bezüglich R, falls für $a, b \in K$ stets aRb oder bRa gilt.

Geben Sie für $M = \{1, \dots, n\}$ eine Kette in $\mathcal{P}(M)$ bezüglich der Relation $\sim$ an für die $|K|$ maximal ist.