9. Übungsblatt

Abgabe: Mittwoch, 08.07.09

Aufgabe 1 Zeigen Sie, dass
$< x, y, z | z^y = z^2, x^z = x^2, y^x = y^2 >$ die 1-Gruppe ist.

Aufgabe 2 Sei $G =< x, y \mid x^3 = y^3 = (xy)^3 = 1 >$.
Zeigen Sie: $G \cong A :< t >$ mit
$A =< a > \times < b > \quad \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2, t^3 = 1$ und $a^t = b, b^t = a^{-1}b^{-1}$.
Hinweis: $< xyx, x^2y >$ ist eine normale abelsche Untergruppe von G.

Aufgabe 3 Sei $G =< x, y \mid x^p = y^p = (xy)^p = 1 >$.
Zeigen Sie, dass G unendlich ist, falls $p > 2$ und isomorph zu $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, falls $p = 2$.

Aufgabe 4 Sei F eine freie Gruppe und $\varphi : F \to G$ eine Präsentation von G. Ist $\alpha \in \mathrm{Aut(F)}$ mit α(Kern φ)= Kern φ, dann definiert α genau einen Automorphismus von G.