Angewandte diskrete Mathematik

Wintersemester 2008/2009 Freie Universität Berlin
Barbara Baumeister Institut für Mathematik
Frederik von Heymann

Aufgabenblatt 6

Ausgabe: 25.11.2008

Abgabe: 2.12.2008

Aufgabe 21. 4 Punkte

Sei

$$M := \Gamma_{\mathcal{G}_{24}} = \left\{ \sum_{i=1}^{24} a_i x_i \;\middle|\; (a_1 + 2\mathbb{Z}, \ldots, a_{24} + 2\mathbb{Z}) \in \mathcal{G}_{24} \right\}$$

wobei $(x_1, \ldots, x_{24})$ eine Orthogonalbasis ist mit $\langle x_i, x_i \rangle = \frac{1}{2}$.
Sei $M_0 := \{m \in M \mid \langle m, \sum_{i=1}^{24} x_i \rangle \in 2\mathbb{Z}\}$ und $M_1 := \{m \in M \mid \langle m, \sum_{i=1}^{24} x_i \rangle \in 1 + 2\mathbb{Z}\}$. Setze

$$\Lambda_{24} := M_0 \cup \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{24} x_i + M_1 \right).$$

Zeigen Sie: Λ_{24} ist ein gerades unimodulares Gitter.

Aufgabe 22. 4 Punkte

Berechnen Sie für den binären $[7, 4, 3]$-Hamming-Code

a) die Wahrscheinlichkeit für einen unentdeckten Fehler;
b) die Decodierfehlerwahrscheinlichkeit bei Korrektur eines Fehlers, wenn zur Übertragung ein binär symmetrischer Kanal mit der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit $p = 0,01$ benutzt wird.

Aufgabe 23. 4 Punkte

Sei $C \neq \{0\}$ ein perfekter $[n, k, d]$-Code über $GF(2)$, wobei $d = 2e + 1$ ist. Zeigen Sie, dass $A_d = \frac{\binom{n}{e+1}}{\binom{d}{e}}$ ist.

Aufgabe 24. 4 Punkte

Sei $C^\perp$ der zum $(7, 4)$-Hamming-Code C duale Code. Bestimmen Sie das Gewichtspolynom von $C^\perp$ sowohl explizit als auch mit Hilfe des Gewichtspolynoms von C.