Angewandte diskrete Mathematik

Wintersemester 2008/2009
Barbara Baumeister
Frederik von Heymann

Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik

Aufgabenblatt 4

Ausgabe: 11.11.2008

Abgabe: 18.11.2008

Aufgabe 13. 4 Punkte

a) Zeigen Sie, dass die Bilinearform $\langle\ ,\ \rangle$ mit $\langle u, v\rangle = \sum_{i=1}^{n} u_i v_i$ für $u, v \in K^n$ nicht-ausgeartet ist.

b) Sei $C \leq K^n$. Beweisen Sie, dass $\dim C^\perp = n - \dim C$ ist. Insbesondere gilt also $(C^\perp)^\perp = C$.

Aufgabe 14. 4 Punkte

a) Sei C ein binärer Code der Länge n mit $C \subseteq C^\perp$. Beweisen Sie:
   (i) $(1, \ldots, 1) \in C^\perp$.
   (ii) Ist C selbstdual, so gibt es für alle $i = 0, \ldots, n$ eine Bijektion zwischen der Menge der Codeworte vom Gewicht i auf der Menge der Codeworte vom Gewicht $n - i$.

b) Sei C ein binärer 4-dividierbarer Code. Zeigen Sie, dass $C \subseteq C^\perp$ ist.

Aufgabe 15. 4 Punkte

Sei $\widehat{C}$ ein ternärer Code mit der Erzeugermatrix

$$\begin{pmatrix}
1 & & & & & & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
& 1 & & & & & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\
& & 1 & & & & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \\
& & & 1 & & & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\
& & & & 1 & & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\
& & & & & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1
\end{pmatrix}$$

Zeigen Sie:

a) $\widehat{C}$ ist ein selbstdualer Code.

Bitte wenden!

b) $\widehat{C}$ hat die Parameter $[12, 6, 6]$.
Hinweis zur Minimaldistanz: Zeigen Sie zunächst, dass ein ternärer selbstdualer Code immer 3-dividierbar ist.

c) Löschen der letzten Koordinate in $\widehat{C}$ liefert einen $[11, 6, 5]$-Code C.

d) C ist perfekt.

Man nennt C den *ternären Golay-Code* und $\widehat{C}$ den *erweiterten ternären Golay-Code*.

Aufgabe 16. 4 Punkte

Zeigen Sie, dass der $[4, 2, 3]$-Hamming-Code der einzige selbstduale Hamming-Code ist.