Funktionalanalysis

Korrekturen und Ergänzungen in der 3. Auflage

(Springer-Verlag Sommer 2000)

Dirk Werner

Korrektur:

`In Lemma V.2.11 ist ein Vorzeichenfehler. Die richtige Version lautet:`

Lemma V.2.11 *Sei $f \in W^m(\mathbb{R}^n)$. Dann gilt für $|\alpha| \le m$*

$$\mathscr{F}(D^{(\alpha)}f) = i^{|\alpha|}\xi^\alpha \mathscr{F}f.$$

Beweis. Sei $\varphi \in \mathscr{D}(\mathbb{R}^n)$. Dann gilt nach der Plancherel-Gleichung (V.16) und Lemma V.2.4

$$\begin{aligned}
\langle \mathscr{F}(D^{(\alpha)}f), \mathscr{F}\varphi\rangle &= \langle D^{(\alpha)}f, \varphi\rangle \\
&= (-1)^{|\alpha|}\langle f, D^\alpha\varphi\rangle \\
&= (-1)^{|\alpha|}\langle \mathscr{F}f, \mathscr{F}D^\alpha\varphi\rangle \\
&= (-1)^{|\alpha|}\langle \mathscr{F}f, i^{|\alpha|}\xi^\alpha\mathscr{F}\varphi\rangle \\
&= i^{|\alpha|}\langle \xi^\alpha\mathscr{F}f, \mathscr{F}\varphi\rangle.
\end{aligned}$$

Da $\mathscr{F}\colon L^2(\mathbb{R}^n) \to L^2(\mathbb{R}^n)$ ein Isomorphismus ist und $\mathscr{D}(\mathbb{R}^n)$ dicht liegt, liegt auch $\{\mathscr{F}\varphi\colon \varphi \in \mathscr{D}(\mathbb{R}^n)\}$ dicht in $L^2(\mathbb{R}^n)$. Daraus folgt die Behauptung. □

`Analog ist Satz VIII.5.12 zu korrigieren!`