Grundlagen der theoretischen Informatik, SS 2001 — 2. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 7. Mai 2001

---

7. (0 Punkte) Entscheiden Sie, ob die folgenden regulären Ausdrücke jeweils dieselbe Sprache darstellen.

   (a) $\varepsilon^* = \varepsilon$ (b) $(01)^*0 = 0(10)^*$ (c) $\emptyset^* = \varepsilon + (0+\varepsilon)^*\emptyset$

   (d) $A^* = \varepsilon + A^*A$, wobei A ein beliebiger regulärer Ausdruck ist.

   (e) $(01^*)^* = (01^*0 + 0)^*$ (f) $(00)^* + (00000)^* + (000)^* = 00^*$

8. (6 Punkte) Eine *Kongruenzrelation* $\sim$ auf einer Menge Σ^* von Wörtern ist eine Äquivalenzrelation mit folgender zusätzlicher Eigenschaft:

$$a \sim b \wedge c \sim d \implies ac \sim bd.$$

   Welche der folgenden Relationen sind Kongruenzrelationen? (Beweisen Sie Ihre Antworten.)

   (a) (0 Punkte) $a \sim b \iff a$ und b haben die gleiche Anzahl von Nullen und die gleiche Anzahl von Einsen.

   (b) (0 Punkte) $a \sim b \iff a = \varepsilon$ oder $b = \varepsilon$ oder $a \neq \varepsilon \neq b$ und a und b haben denselben Anfangsbuchstaben.

   (c) (3 Punkte) $a \sim b \iff a = b = \varepsilon$ oder $a \neq \varepsilon \neq b$ und a und b haben denselben Anfangsbuchstaben.

   (d) (3 Punkte) $a \sim b \iff$ das Teilwort 01 kommt in a und b gleich häufig vor.

9. (5 Punkte) Für einen Zustand $q \in Q$ des DEA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ sei die Sprache $L_q(M)$ so definiert:

$$L_q(M) = \{\, w \in \Sigma^* \mid \delta(q_0, w) = q \,\}$$

   Beweisen Sie: Wenn $w_1, w_2 \in L_q(M)$ sind, dann gilt für alle $x \in \Sigma^*$:

$$w_1x \in L(M) \iff w_2x \in L(M)$$

10. (5 Punkte) Konstruieren Sie, wenn möglich, DEA's, die folgende Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$ akzeptieren.

   (a) (3 Punkte) $(0+1)^*010101(0+1)^*$

   (b) (2 Punkte) Alle Wörter, die das Teilwort 010101 *nicht* enthalten.

   (c) (0 Punkte) Alle Wörter, die das Teilwort 01, aber nicht das Teilwort 100 enthalten.

   (d) (0 Punkte) Alle Wörter, die gleich viele Nullen und Einsen enthalten.

   (e) (0 Punkte) Alle Wörter, die das Teilwort 010 *genau einmal* enthalten.

   (f) (Zusatzfrage, 3 Punkte) Beweisen Sie, dass jeder Automat, der Aufgabe (a) löst, mindestens sechs Zustände haben muss. [Hinweis: Sie können Aufgabe 9 verwenden.]

11. (0 Punkte) Konstruieren Sie, wenn möglich, DEA's, die folgende Sprachen akzeptieren.

   (a) Die durch 5 teilbaren Dezimalzahlen.

   (b) Die durch 9 teilbaren Dezimalzahlen.

   (c) Die durch 7 teilbaren Dezimalzahlen.

   Untersuchen Sie dabei jeweils beide Möglichkeiten der Reihenfolge, in der die Dezimalstellen der Zahl eingegeben werden können: mit der höchsten Stelle zuerst oder mit der Einerstelle zuerst.