Graphentheoretische Algorithmen (Rote, Morin), 8. Übungsblatt
Abgabe bis zum Dienstag, 10.12.2001, in der Vorlesung

1. (5 Punkte)
Beweisen Sie die Eulersche Polyederformel für einen zusammenhängenden ebenen Graphen:

$$n + f = m + 2,$$

dabei seien n, f, m die Anzahlen der Knoten, Kanten und Flächen. Dann, beweisen Sie dass für einen einfachen ebenen Graphen mit $n \geq 3$:

$$m \leq 3n - 6.$$

2. (10 Punkte)
Der duale Graph eines ebenen Graphen $G = (V, E)$ ist $G^* = (V^*, E^*)$, wobei V^* die Menge der Flächen in G ist, und $(u^*, v^*) \in E^*$ wenn die Flächen u^* und v^* eine gemeinsame Kanten in G haben. Beweisen Sie dass

(a) G^* ist auch planar,

(b) G hat keine Brücke genau dann wenn G^* keine Schlinge hat.

Beweisen Sie für einen einfachen ebenen Graphen G, dass

(c) G ist zweifachzusammenhängend genau dann wenn G^* zweifachzusammenhängend ist und keine Schlinge hat,

(d) G ist dreifachzusammenhängend genau dann wenn G^* dreifachzusammenhängend und einfach ist.