Graphentheoretische Algorithmen (Rote, Morin), 5. Übungsblatt
Abgabe bis zum Dienstag, 20.11.2001, in der Vorlesung

1. (5 Punkte)
Erweitern Sie den Algorithmus zur Bestimmung der zweifachen Zusammenhangskomponenten, sodass er (möglichst wenige) Kanten hinzufügt, um den Graphen zweifach zusammenhängend zu machen. (Sie können annehmen, dass der Graph zusammenhängend ist und mehr als eine Kante enthält.) Achten Sie darauf, dass keine Doppelkanten entstehen.

(Sie müssen nicht unbedingt die Minimalzahl möglicher Kanten erreichen, aber Ergänzen zu einem vollständigen Graphen gilt natürlich zum Beispiel nicht.)

Geben Sie an, wieviele Kanten ihr Algorithmus einfügt (in Abhängigkeit von gewissen Parametern des Graphen, wie zum Beispiel der Anzahl der Blöcke oder Brücken).

2. (5 Punkte)
Bestimmen Sie eine möglichst gute untere Schranke für die Anzahl der Kanten, die nötig sind, um einen zusammenhängenden Graphen zweifach zusammenhängend zu machen. (Hinweis: Betrachten Sie den Block-Artikulations-Graphen.)

(Für eine Methode zur Berechnung der exakten Minimalanzahl gibt es 5 Zusatzpunkte.)

3. (5 Punkte)
Beweisen Sie: C sei ein Kreis mit den Abschnitten $S_1, \ldots, S_k$ in einem zweifach zusammenhängender Graphen mit Minimalgrad 3. Wenn $\{a, b\}$ ein trennendes Knotenpaar mit $a \in S_1 - C$ ist, dann ist auch $b \in S_1$, und $\{a, b\}$ ist ein trennendes Knotenpaar für $S_1 \cup C$.

4. (freiwillige Zusatzfrage, 5 Punkte für eine *vollständige* Lösung)
Betrachten Sie den Moment, in dem der Planaritätsalgorithmus von Hopcroft und Tarjan feststellt, dass der Graph nicht planar ist, weil zwei Komponenten des Abschnittsgraphen, die miteinander verschränkt sind, mit einem neuen Abschnitt verschränkt sind.

Überlegen Sie sich, wie man in diesem Fall eine Unterteilung des des $K_{3,3}$ oder des K_5 im Graphen finden kann. (5 weitere Zusatzpunkte gibt es für eine Lösung, die mit weniger als 14 Fallunterscheidungen auskommt.)