Graphentheoretische Algorithmen (Rote, Morin), 4. Übungsblatt
Abgabe bis zum Dienstag, 13.11.2001, in der Vorlesung

1. (5 Punkte) Betrachten Sie den vollständigen Graphen K_5 mit 5 Knoten und wählen Sie

(a) einen Kreis C mit 3 Knoten,

(b) einen Kreis C mit 4 Knoten,

(c) einen Kreis C mit 5 Knoten.

Betrachten Sie auch den vollständigen bipartiten Graphen $K_{3,3}$ mit 6 Knoten und wählen Sie

(d) einen Kreis C mit 4 Knoten,

(e) einen Kreis C mit 6 Knoten.

Bestimmen Sie jeweils die Abschnitte bezüglich C und den Abschnittsgraphen.

2. (5 Punkte)
Beweisen Sie: Wenn zwei Abschnitte S und T des Kreises $C = (v_1, v_2, \ldots, v_n, v_1)$ verschränkt sind, dann gibt es entweder

(i) drei gemeinsame Anschlüsse von S und T, oder

(ii) zwei Anschlüsse v_{i_1} und v_{i_3} von S und zwei Anschlüsse v_{i_2} und v_{i_4} von T mit $i_1 < i_2 < i_3 < i_4$ oder $i_1 > i_2 > i_3 > i_4$.

3. (5 Punkte) S_1, S_2, S_3 seien drei Abschnitte eines Kreises C, die paarweise miteinander verschränkt sind.

Betrachten Sie alle Möglichkeiten, wie das gemäß Aufgabe 2 geschehen kann, und beweisen Sie, dass der Graph in jedem Fall eine Unterteilung des $K_{3,3}$ oder des K_5 enthalten muss. (Eine Unterteilung eines Graphen entsteht, indem man auf einer oder mehreren Kanten zusätzliche Knoten einfügt und diese Kanten somit durch Wege ersetzt.)