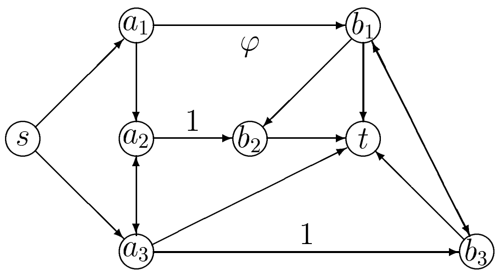
Graphentheoretische Algorithmen (Rote, Morin), 11. Übungsblatt
Abgabe bis zum Dienstag, 22.01.2002, in der Vorlesung

1. (5 Punkte)
Ein berühmter Forscher möchte an einem Kongress in Manila teilnehmen. Er hat Einladungen zu Vorträgen in verschiedenen Städten und möchte diese Einladungen benützen, um möglichst günstig von Berlin nach Manila zu gelangen. Für jede mögliche Stadt ist bekannt, wieviel Honorar der Forscher dort für einen Vortrag bekommen würde. Wir nehmen an, dass auch die Reisekosten zwischen jedem Paar von Städten bekannt und unveränderlich sind. Welche Einladungen soll der Forscher annehmen, damit er mit möglichst geringen Kosten nach Manila kommt?

2. Ein pathologisches Beispiel für den Algorithmus von Ford und Fulkerson (10 Punkte)
Im nebenstehenden Graphen sind die Kapazitäten der drei Kanten a_1b_1, a_2b_2 und a_3b_3 angegeben, wobei $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ der goldene Schnitt ist. Die Umkehrkapazitäten dieser Kanten sind 0. Alle nicht angegebenen Kapazitäten sind gross (zum Beispiel 10). Nehmen wir an, dass der Algorithmus von Ford und Fulkerson mit dem flussvermehrenden Weg sa_3b_3t beginnt und anschießend die drei Wege $sa_1b_1b_3a_3a_2b_2t$, $sa_1b_1b_2a_2a_3b_3t$ und $sa_3b_3b_1a_1a_2b_2t$ immer wieder zyklisch durchläuft. (Die Kante a_3t wird nie verwendet.)



Beobachte die Folge der Restkapazitäten auf den Kanten a_1b_1, a_2b_2 und a_3b_3. Beachte dabei, dass $\varphi - 1 = 1/\varphi$ ist. Zeige, dass der Algorithmus gegen einen Fluss konvergiert, der kein maximaler Fluss ist. (Welchen Wert hat dieser Fluss?)

3. (5 Punkte)
Zeigen Sie, wie die Kantenzusammenhangszahl eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ bestimmt werden kann, indem ein maximaler Fluss Algorithmus für höchstens $|V|$ Netzwerke mit jeweils $O(|V|)$ Knoten und $O(|E|)$ Kanten laufen gelassen wird.