

Korrekturen und Ergänzungen zu:
Repetitorium Mathematik.
Vieweg Verlag 1994
Ralph-Hardo Schulz

Hinweis: Größere Teile dieses Buches sind in mein Buch “Repetitorium Bachelor Mathematik”, Vieweg+Teubner, Wiesbaden 2010, übernommen worden. Man vergleiche daher auch mit den Korrekturen und Ergänzungen zu diesem Buch.

(Zeilen-Nummern ohne Berücksichtigung der Kopfzeile und von Leerzeilen oder Figuren. Zeile $-n$ heißt n . Zeile von unten –einschließlich Fußnotenzeilen.)

§1 Lineare Algebra

- Seite 10, Zeile 16 $\bigcup_{J \in \mathcal{K}} J$
- Zeile 17 von \mathcal{K} in \mathcal{F} ; denn es gilt u.a. $F \subseteq S \subseteq E$
- Seite 13, Zeile 1 $V = \left| \bigcup_{B \in E(\mathcal{B})} \text{Spann}^*(B) \right| + |\{0\}| = \sum_{B \in E(\mathcal{B})} |K^*|^{|B|} = \dots$
- Zeile 9 und der Menge $\text{Spann}^*(X)$
- Zeile 10 der Linearkombinationen von X , deren Koeffizienten alle ungleich 0 sind (— bei mindestens einem Koeffizienten gleich 0 wird die Linearkombination bei einer echten Teilmenge von B berücksichtigt)).
- Seite 24, Zeile 8 ein affiner Unterraum (Nebenklasse nach einem Unterraum) von K^n
- Seite 35, Zeile -12 $d(x, y) + d(y, z) \geq d(x, z)$
- Seite 40, Zeile -6 $\Psi(f(x), f(y)) = \Phi(x, y)$
- Seite 41, Zeile 8 Alternative im reellen Fall: Analog zum binomischen Lehrsatz gilt für das Skalarprodukt eines reellen Vektorraums:
 $\Phi(x + y, x + y) = \Phi(x, x) + 2\Phi(x, y) + \Phi(y, y)$.
 Damit sieht man, dass Φ durch $\|\cdot\|$ bestimmt ist.
- Seite 42, Zeile 4 $\Phi(f(x), f(y)) \dots$
- Zeile 11 $= |\det A|^2$.
- Seite 49, Zeile -4 $\dots = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} =: (12)$.

Seite 53, Zeile -9 ... $\Delta(b_1, \dots, b_n)^{-1}$. \square

Seite 54, Literatur Beutelspacher, A. : Lineare Algebra. Vieweg V.: 2003⁶;
Beutelspacher, A., Zschiegner, M.-A.: Lineare Algebra interaktiv. Vieweg V: 2001;
Havlicek, H.: Lineare Algebra für Technische Mathematiker. Helder-
mann V., Lemgo 2006;
Lehmann, E., Schmidt, G. (Heft-Hrsg.): Analytische Geometrie und Li-
neare Algebra. Der Mathematikunterricht (MU) 1993/4;
Stroth, G.: Lineare Algebra. Helder-
mann V., Lemgo 1995.

§2 Analytische Geometrie

Seite 63, Zeile -1 (Dabei ist $\mathbf{n}(\mathbf{q} - \mathbf{p})$ die Orthogonalprojektion von $\mathbf{q} - \mathbf{p}$ auf \mathbf{n} .)

Seite 67, Zeile 6 F Bewegung (Kongruenzabbildung) $\iff f$ orthogonal $\iff f \dots$

Zeile -6 $\mathcal{T}_g \subseteq \mathcal{T} \subseteq \mathcal{K}^+ \subseteq \mathcal{K} \subseteq \mathcal{Ä} \subseteq \mathcal{A}$ und $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{Ä}$.

Seite 71, Literatur Lehmann, E., Schmidt, G. (Heft-Hrsg.): Analytische Geometrie und
Lineare Algebra. Der Mathematikunterricht (MU) 1993/4.

§3 Elementargeometrie

Seite 75, Zeile -3 eines 3-dim. affinen Raumes \mathcal{A}

Seite 76, Bild 3.3 ... eines 3-dim affinen Raumes \mathcal{A} auf eine Ebene von \mathcal{A} .

Seite 89, Zeile -9 $\|x\| := \sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}}$.

Seite 94, Zeile -14 ... Winkel $\sphericalangle EOS$ aus α und $\sphericalangle EOT$ aus β mit $S \in OER^+ \cup OE^+$
und $T \in OER^+ \cup OE^-$ gilt: OS^+ liegt in

Zeile -13 Inn $\sphericalangle EOT \cup OE^+$.

Seite 102, Bild 3.24 siehe Abbildung 1 (Winkelmarkierung ändern!)

Seite 104, Zeile -1 ... Beweises wird (zum Nachweis der Existenz des zweiten Schnit-
tpunktes von AC mit dem Kreis) benutzt, dass jede Tangente ...

Seite 107, Zeile -4 (oder von $A_1A_2 = PM$)

Zeile -13 (s. Bilder 3.32)

Zeile -11 3.32 b

Zeile -10 3.32 a

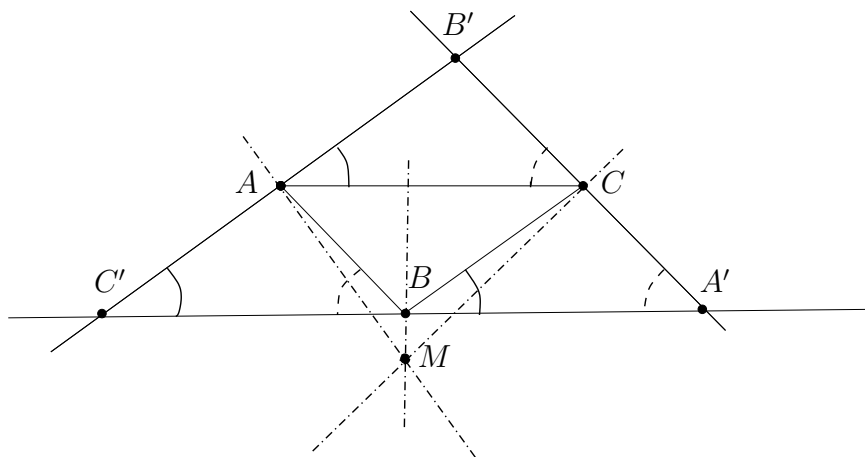


Abbildung 1: Bild 3.24

Zeile -8 3.32 a

Zeile -6 (im Bild b) bzw. ... (im Bild a)

Zeile -5 im Fall b)

- Seite 117, Literatur Agricola, I., Friedrich, Th.: Elementargeometrie. Fachwissen für Studium und Mathematikunterricht. Vieweg V. 2005.
 Millmann, R.S., Parker, G.D.: Geomtry. a metric approach with models. Springer V. 1991²;
 Müller-Philipp, S., Gorski, H.-J. : Leitfaden Geometrie. Für Studierende der Lehrämter. Vieweg V. 2004²;
 Perry, E.: Geometry. Marcel Dekker, New York 1992.

§4 Analysis

Seite 122, Zeile 10 (Fortsetzung der Anmerkung)

Merküberlegung: Es gilt $x^2 = r \Rightarrow x = \frac{r}{x}$. Ist bei der Rekursion $x_n \neq \frac{r}{x_n}$, so liegt der wahre Wert zwischen beiden Termen; daher wird das arithmetische Mittel dieser beiden Ausdrücke genommen (, deren geometrisches Mittel schon \sqrt{r} ist).

Seite 125, Zeile -2 (Komma vor 'und')

Seite 131, Zeile 15 Wir zeigen: $\exists \varepsilon > 0 \forall n_0 \in \mathbb{N} \exists n > n_0 \dots$

Seite 131, Zeile 16 Sei $n_0 \in \mathbb{N}$ gegeben; wähle $\varepsilon \in (0, 1)$, $n > n_0$ und $x_1 \dots$

Seite 137, Zeile -6 *Anmerkung:* In $\mathbb{R}[X] = \mathbb{R}^{(\mathbb{N})}$ gilt die analoge Aussage nicht: In $\mathbb{R}^{(\mathbb{N})}$ ist durch $\|(a_i)_{i \in \mathbb{N}}\| := (\sum a_i^2)^{\frac{1}{2}}$ (wegen der Endlichkeit des Trägers) eine

Norm definiert; $(e_i)_{i \in \mathbb{N}}$ mit $e_i := (\delta_{ij})$ ist beschränkte Folge; nach dem Cauchy Kriterium existiert keine konvergente Teilfolge.

Seite 145, Zeile 6 $\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

Seite 146, Zeile 12 $\|a_{\nu\mu}\| \geq 1$,

Zeile -2 falls $\underline{\lim} \frac{\|a_{\nu+1}\|}{\|a_\nu\|} > 1$ ist

Zeile -1 $\frac{\|a_{\nu+1}\|}{\|a_\nu\|} > 1$

Seite 147, Zeile 7 $\frac{\|a_{\nu+1}\|}{\|a_\nu\|} > 1$

Zeile 15 Analog gilt $\underline{\lim} \frac{\|a_{\nu+1}\|}{\|a_\nu\|} = \frac{q}{2}$. Für $|q| \in [\frac{1}{2}, 2]$

Zeile -12 $\underline{\lim} \frac{\|a_{\nu+1}\|}{\|a_\nu\|} > 1$,

Seite 149, Zeile 2 $\dots \geq \int_{\nu}^{\nu+1} f(t) dt = f(\xi) \cdot 1 \geq \dots$ (für ein $\xi \in [\nu, \nu + 1]$)

Seite 171, Zeile 13 (ii) die monotonen Funktionen $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ (*Anmerkung:* Da $g(a)$ und $g(b)$ existieren, folgt aus der Monotonie die Beschränktheit.)

Seite 172, Zeile 1f. *Anmerkung.* Es gilt das **Lebesguesche Integrierbarkeitskriterium:** Eine reelle Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist genau dann auf $[a, b]$ Riemann-integrierbar, wenn sie dort beschränkt und fast überall stetig ist. (Hinweis: Abzählbare Mengen sind Nullmengen.)

Wir zitieren noch folgenden **Satz:**

Sind die Funktionen f und g Riemann-integrierbar auf $[a, b]$, und stimmen sie wenigstens auf einer Menge überein, die dort dicht liegt, so gilt

$$\text{bereits } \int_a^b f(t) dt = \int_a^b g(t) dt.$$

Seite 174, Zeile 17 *Interpretation:* Die Integration glättet: Ist f integrierbar, so $\int_a^x f$ stetig

(s.S.172 (v)), ist f stetig, so $\int_a^x f$ differenzierbar.

Seite 185, Literatur Salas, S.L., Hille, E.: Calculus. Einführung in die Differential- und Integralrechnung. Spektrum V. Heidelberg 1995.

§5 Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie

Seite 186, Zeile 12 Jedes Element $\omega \in \Omega$ heißt *Ergebnis* oder *Versuchsausgang*, die Teilmenge $\{\omega\}$ *Elementarereignis*.

Seite 187, Zeile -10 *Hinweis (Warnung)*: Bei einem Experiment mit Entnahme aus einer Urne mit mehreren nicht-unterscheidbaren Kugeln ohne Berücksichtigung der Reihenfolge erhält man (für die Multimengen !) keinen Laplace-Raum! (Die Wahrscheinlichkeiten kann man durch Nummerierung der ursprünglich ununterscheidbaren Kugeln und durch Beachtung der Reihenfolge der Ziehung berechnen.)
Beispiel: Die Urne enthalte 2 blaue und eine rote Kugel. Setze $U := \{b_1, b_2, r\}$. Bei zweimaligem Ziehen ohne Zurücklegen erhält man einen Laplace-Raum mit den folgenden 6 Ausgängen:
 $(b_1, b_2), (b_2, b_1), (b_1, r), (b_2, r), (r, b_1), (r, b_2)$.
 Die ersten beiden ergeben die Multimenge $\{b, b\}$, die anderen vier die Menge $\{b, r\}$, die die Wahrscheinlichkeiten $\frac{2}{6}$ bzw. $\frac{4}{6}$ haben.

Seite 190, Zeile 3 der rechten Seite: Ergebnis $\omega \in \Omega$ (meist mit $\{\omega\}$ identifiziert)

Seite 200, Zeile 9 $\sum x_i P(x_i) \cdot \sum y_i P(y_i)$

Zeile 19 (Formel einkästeln!)

Zeile 21 $E(XY) - E(X) \cdot E(Y)$

Zeile 26 $E([X - E(X)]^2)$

Seite 207, Zeile 13 endlicher Varianz σ^2

Zeile 15 d.h. $\bar{X} := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ konvergiert stochastisch gegen M .

§6 Anfänge der Algebra

Seite 213, Zeile -14 Peanostruktur (Zählreihe, Dedekindstruktur)

Zeile -9 Peanostruktur (Zählreihe, Dedekindstruktur)

Zeile -7 Peanostruktur (Zählreihe, Dedekindstruktur)

Seite 214, Zeile -7 $a + c = b + c \Rightarrow a = b$

Zeile -17 Peanostrukturen (Zählreihen)

Seite 215, Zeile -5 einer kommutativen regulären Halbgruppe

Seite 216, Zeile 2 $\mathbb{Q} \rightsquigarrow \mathbb{Q}(\pi)$

Seite 217, Zeile 13 der Cauchy-Folgen rationaler Zahlen

Zeile 16 der rationalen Nullfolgen

- Seite 218, Zeile 1 Multiplikation (Definition: $\overline{(a, b)} \cdot \overline{(c, d)} := \overline{(ac + bd, ad + bc)}$) Heuristik: $(a - b) \cdot (c - d) = ac + bd - (ad + bc)$; zu zeigen ist neben den Rechengesetzen insbesondere die Wohldefiniertheit von Addition und Multiplikation) und Ordnungsrelation
- Zeile 8 (Definition von Addition und Multiplikation s. Tabelle 6.2; wieder darf der Nachweis der Wohldefiniertheit dieser Definitionen neben dem der Rechengesetze nicht vergessen werden.)
- Zeile 16 nicht CF-vollständig (vgl. Seite 122: Konstruktion einer Cauchyfolge in \mathbb{Q} , die in \mathbb{Q} nicht konvergiert, mittels des HERON-Verfahrens).
- Seite 220, Zeile 1 transzendent über k .
- Zeile 2 algebraisch über k .
- Zeile 3 (*Substitutions-Abbildung* oder *Einsetzungs-Homomorphismus*)
- Zeile 11 **algebraisch** über k
- Zeile 18 als irreduzibles Polynom ein maximales Hauptideal erzeugt und dieses im Hauptidealring $k[X]$ maximales Ideal ist;
- Seite 223, Zeile 1 Schritten
- Seite 224, Zeile -9 $[\mathbb{Q}(\xi) : \mathbb{Q}] := \text{Grad}(\mathbb{Q}(\xi) : \mathbb{Q}) = \dots$
- Seite 226, Zeile 4 Es gilt sogar: Jede endliche Untergruppe der multiplikativen Gruppe eines (nicht-notwendig endlichen) Körpers ist zyklisch.
Spezialisierung: Die Gruppe der n -ten Einheitswurzeln in $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ ist zyklisch. (Vgl. H. Siemon, Einführung in die Zahlentheorie, Verlag Dr. Kovač, 2002)
- Seite 231, Zeile 15 (Vielfachsummensatz, s.u.)
- Zeile 17 Es gilt der Vielfachsummensatz, eine Verallgemeinerung des (manchmal auch Bézout zugeschriebenen) Lemmas von Bachet (Claude Gaspard Bachet de Méziriac, 1624):
- Zeile -6 das Lemma von Bachet, s.o.)
- Seite 232, Zeile 15 da ein unzerlegbares Element ein maximales Hauptideal ungleich 0 erzeugt, und ein solches (nur ?) in einem Hauptidealring maximales Ideal sein muss.
- Seite 244, Zeile 6 $100 = 2^2 \cdot 5^2 : \dots$

Index

- Seite 235 Bewegung, Darstellungssatz, 112
- Seite 236 Darstellungssatz für Bewegungen, 112
Dreispiegelungssatz, 112
- Seite 237 Funktionenfolge, 132, 144
Funktionsreihe, 132
- Seite 238 Hospital, Regel von de l'Hospital-Bernoulli, 159, 160
Jordansche Normalform, 31,32
- Seite 239 Mittelwertsatz, 138, 139, 152, 159, 176
mod m , 212
- Seite 241 Stützabstand, 57 (bitte richtig einordnen!)
Taylorformel 151
- Seite 242 Zählreihe, 213, 214

E-mail-Adresse des Autors:
schulz@math.fu-berlin.de

11. August 2014