

Frage zu Skript (13.10) Satz (Matritzenzuordnung als Isomorphismus):

Unter a) steht ... M_C^B ist linear und damit eine VR-Isomorphismus. Warum folgt aus der Linearität die Isomorphismus-Eigenschaft?

Antwort:

Hierbei ist unter impliziertem Bezug auf Skript (13.3) (e) auch verwandt worden, dass es im Endlich-Dimensionalen zu jeder linearen Abbildung f genau eine darstellende Matrix $M_C^B(f)$ gibt; diese existiert lt. Konstruktion und ist wegen der Darstellung auf den Basen laut Fortsetzungssatz auch eindeutig bestimmt. $M_C^B : \text{Hom}_K(V, W) \rightarrow K^{(m,n)}$ ist also injektiv.

Umgekehrt gehört (ebenfalls nach dem Fortsetzungssatz) zu jeder Matrix des entsprechenden Typs eine eindeutige lineare Abbildung mit dieser Matrix als darstellender Matrix, s. (13.3)(d). Also ist M_C^B auch surjektiv.