

*Frage* zu Skript (13.10) Satz (Matritzenzuordnung als Isomorphismus):

Unter a) steht ...  $M_C^B$  ist linear und damit eine VR-Isomorphismus. Warum folgt aus der Linearität die Isomorphismus-Eigenschaft?

*Antwort:*

Hierbei ist unter impliziertem Bezug auf Skript (13.3) (e) auch verwandt worden, dass es im Endlich-Dimensionalen zu jeder linearen Abbildung  $f$  genau eine darstellende Matrix  $M_C^B(f)$  gibt; diese existiert lt. Konstruktion und ist wegen der Darstellung auf den Basen laut Fortsetzungssatz auch eindeutig bestimmt.  $M_C^B : \text{Hom}_K(V, W) \rightarrow K^{(m,n)}$  ist also injektiv.

Umgekehrt gehört (ebenfalls nach dem Fortsetzungssatz) zu jeder Matrix des entsprechenden Typs eine eindeutige lineare Abbildung mit dieser Matrix als darstellender Matrix, s. (13.3)(d). Also ist  $M_C^B$  auch surjektiv.