

Übung zur Lehrkräfteweiterbildung Mathematik in 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie I'

Aufgabe C 3(Basis, Basis-Ergänzung)

Sei $B = \{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3, \vec{b}_4\}$ Basis eines $\mathbb{R}$ -Vektorraumes V ; seien ferner

$$\vec{a}_1 = 2\vec{b}_1 - \vec{b}_2, \quad \vec{a}_2 = \vec{b}_2 + \vec{b}_3 + \vec{b}_4, \quad \vec{a}_3 = \vec{b}_3 - \vec{b}_4$$

und $U = \langle \vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3 \rangle$ der von $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ aufgespannte Unterraum.

- (a) Zeigen Sie: $A = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3\}$ ist eine Basis von U .
- (b) Bestimmen Sie die Koordinaten von $\vec{x} = 6\vec{b}_1 - 5\vec{b}_2 - 4\vec{b}_4$ bezüglich A .
- (c) Ergänzen Sie A zu einer Basis von V .