

## Übung zur Lehrkräfteweiterbildung Mathematik in 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie I'

### Aufgabe C1 (Basis)

Untersuchen Sie, ob die Vektoren

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

eine Basis von  $\mathbb{R}^3$  bilden!

### Lösungsskizze

*Heuristik:*

Sei  $(0, 1, 1)\lambda + (-1, 0, 1)\mu + (-1, -1, 0)\nu = 0$ .

Dann gilt  $(0 - \mu - \nu, \lambda + 0 - \nu, \lambda + \mu + 0) = (0, 0, 0)$ ; daraus ergibt sich  $\lambda = \nu = -\mu$ .

Umgekehrt erfüllen  $\lambda = \nu = -\mu = 1$  die obige Gleichung.

*Behauptung:*

Die angegebenen Vektoren bilden keine Basis, da sie linear abhängig sind.

*Beweis (inspiriert durch die Heuristik):*

Z.B. ist  $(0, 1, 1) - (-1, 0, 1) + (-1, -1, 0) = (0, 0, 0)$  eine nicht-triviale Linearkombination des Nullvektors.

*Anmerkung:* Bei analoger Bildung von Vektoren in  $\mathbb{R}^n$  sind diese linear unabhängig für gerades  $n$ , linear abhängig für ungerades  $n$ .