

Übung zum Lehrkräfteweiterbildungskurs; 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie I'

Aufgabe E1 (Affine Unterräume, Parallelität)

Bestimmen Sie alle Punkte, Geraden und Parallelenscharen von $AG(\text{GF}(3)^2)$!

Anmerkung: $\text{GF}(3) = (\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ bezeichnet den Körper mit 3 Elementen.

Lösungsskizze:

Punkte sind die 9 Paare der Form (ξ, η) mit $\xi, \eta \in \text{GF}(3)$.

Geraden sind folgende 12 affine Unterräume:

$$g_1 = \langle (0, 1) \rangle = \{(0, 0), (0, 1), (0, 2)\}$$

$$g_2 = g_1 + (1, 0) = \{(1, 0), (1, 1), (1, 2)\}$$

$$g_3 = g_1 + (2, 0) = \{(2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$$

$$h_1 = \langle (1, 0) \rangle = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0)\}$$

$$h_2 = h_1 + (1, 1) = \{(1, 1), (2, 1), (0, 1)\}$$

$$h_3 = h_1 + (2, 2) = \{(2, 2), (0, 2), (1, 2)\}$$

$$j_1 = \langle (1, 1) \rangle = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2)\}$$

$$j_2 = j_1 + (0, 1) = \{(0, 1), (1, 2), (2, 0)\}$$

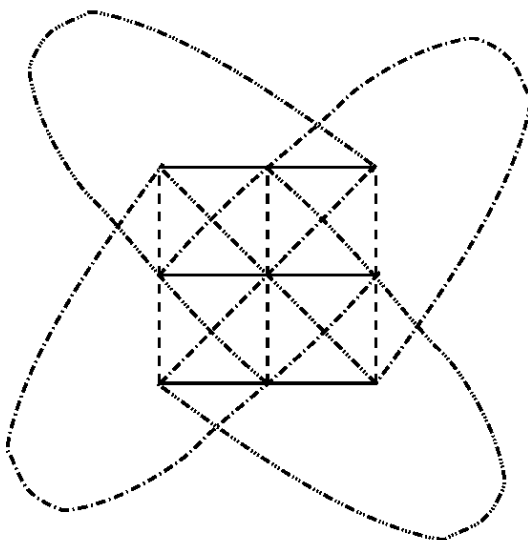
$$j_3 = j_1 + (1, 0) = \{(1, 0), (2, 1), (0, 2)\}$$

$$k_1 = \langle (1, 2) \rangle = \{(0, 0), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$k_2 = k_1 + (0, 2) = \{(0, 2), (1, 1), (2, 0)\}$$

$$k_3 = k_1 + (0, 1) = \{(0, 1), (1, 0), (2, 2)\}$$

Parallelenscharen sind $\{g_1, g_2, g_3\}$, $\{h_1, h_2, h_3\}$, $\{j_1, j_2, j_3\}$ und $\{k_1, k_2, k_3\}$.



Graphische Darstellung
von $AG(\text{GF}(3)^2)$