

Übung zum Lehrkräfte Weiterbildungskurs Mathematik 'Lineare Algebra / Analytische Geometrie I'

Aufgabe B3 (Vektorraumgesetze)¹

Betrachten Sie folgende Kandidaten $(V, +, \cdot_K)$ für K -Vektorräume und geben Sie gegebenenfalls an, welche Vektorraumgesetze verletzt sind. (Mit Gegenbeispiel, aber ohne Nachweis der Richtigkeit eines Gesetzes).

- (i) $V_1 = (\mathbb{R}, +, *)$ mit $K = \mathbb{R}$, der üblichen Addition "+" auf \mathbb{R} und der S-Multiplikation

$$\alpha * x := \alpha^2 \cdot x.$$

- (ii) $V_2 = (\mathbb{R}^2, +, *)$ mit $K = \mathbb{R}$, komponentenweiser Addition "+", also

$$(\alpha_1, \beta_1) + (\alpha_2, \beta_2) := (\alpha_1 + \alpha_2, \beta_1 + \beta_2),$$

und

$$\alpha * (\beta, \gamma) := (\alpha \cdot \beta, 0).$$

- (iii) $V_3 = (\mathbb{R}, +, *)$ mit $K = \mathbb{Q}$, der üblichen Addition "+" auf \mathbb{R} sowie

$$\alpha * x := \alpha \cdot x.$$

¹frei nach P.R.Halmos: Linear Algebra Problem Book. The Mathematical Association of America 1995.