Fragen zur Vorlesung 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie I' vom 1.9.2020 für Gruppe B

Aufgabe L3

Beantworten Sie bitte folgende Fragen bis zum 4.9.20 17:00 per E-Mail an

rhschulz@zedat.fu-berlin.de

Skript S.69 Bei den Beispielen zu (3.3) ist gefragt:

(d) Existiert ein neutrales Element von $(\text{Abb}(M,\mathbb{R}),+)$, von $(\text{Abb}(M,\mathbb{R}),\cdot)$? Geben Sie bitte im Falle der Existenz (ohne Beweis) die entsprechende Abbildung an!

Antwort:
Im Falle von $(\text{Abb}(M,\mathbb{R}),+)$ ist die "Nullfunktion" $f_0 : M \to \mathbb{R}$ mit $f_0(x) = 0$ neutrales Element, im Falle von $(\text{Abb}(M,\mathbb{R}),\cdot)$ die Funktion $f_1 : M \to \mathbb{R}$ mit $f_1(x) = 1$ für alle x aus M.
Anmerkung: Die den hier behandelten Halbgruppen zugrundliegende Menge ist jeweils $\text{Abb}(M,\mathbb{R})$; ein neutrales Element dieser Halbgruppen muss also eine Abbildung von M in $\mathbb{R}$ sein, nicht eine reelle Zahl. Die Antwort 0 bzw. 1 (aus $\mathbb{R}$) ist daher falsch.
Auch die Abbildungen mit $x \mapsto x + 0$ bzw. $x \mapsto x \cdot 1$ haben nicht die geforderten Eigenschaften, da sie durch Addition zu $f(x) + f_0(x) = f(x) + x$ (und nicht $f(x)$) bzw. durch Mukltiplikation zu $f(x) \cdot f_1(x) \mapsto f(x) \cdot x$ (und nicht $f(x)$) führen.

Skript S.71 Im Beweis zu HS 3.8 auf Seite 71 unten sind $\sigma_1 \circ \delta_1(1)$ und $\delta_1 \circ \sigma_1(1)$ berechnet und verglichen worden.

Bestimmen Sie bitte analog $\sigma_1 \circ \delta_1(2)$ und $\delta_1 \circ \sigma_1(2)$ und vergleichen Sie die Ergebnisse!

Antwort:
$\sigma_1 \circ \delta_1(2) = \sigma_1(3) = 2$ und $\delta_1 \circ \sigma_1(2) = \delta_1(3) = 1$.
Anmerkung: Erneut sind die Werte verschieden und das Kommutativitätsgesetz verletzt.