Fragen zur Vorlesung 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie I' vom 25.8.2020 für Gruppe A

Aufgabe L2 Beantworten Sie bitte folgende Fragen bis zum 28.8.20 17:00 per E-Mail an rhschulz@zedat.fu-berlin.de

Zu 1.1d (vgl.Skript Seite 10)

In der eingerahmten Beziehung steht u.a.

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}_{\vec{e}_1,\vec{e}_2}.$$

Erläutern Sie hierbei bitte kurz:

Was bezeichnet $\vec{x}$, was x_1, x_2, was $\vec{e_1}, \vec{e_2}$, was $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}_{\vec{e}_1,\vec{e}_2}$.

Antwort: $\vec{x}$ bezeichnet den Ortsvektor des Punktes X mit den Koordinaten (x_1, x_2) in einem kartesischen Koordinatensystem O, E_1, E_2 mit den (aufeinander senkrecht stehenden) Ortsvektoren $\vec{e_1}, \vec{e_2}$ der Länge 1 zu den Einheitspunkten E_1 bzw. E_2. Und $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}_{\vec{e}_1,\vec{e}_2}$ steht für $x_1\vec{e}_1 + x_2\vec{e}_2$.

zu Seite 18 Die Hessesche Normalform der Ebenengleichung lautet $\vec{n} \cdot (\vec{x} - \vec{p}) = 0$. Im Beispiel wird die Gleichung $(*)\quad -3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = -27$ der Ebene E_1 behandelt. Wieso können dann $\vec{m}$ und $\vec{n}$ mit den angegebenen Werten gewählt werden, und welchen Vektor kann man z.B. als $\vec{p}$ wählen?

Antwort: Die Koordinaten des Vektors $\vec{m}$ entsprechen den Koeffizienten der x_i in Gleichung $(*)$; so erhält man mit

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -3x_1 + 2x_2 - 6x_3$$

die linke Seite der Gleichung $(*)$. Durch Normierung wird $\vec{m}$ zu $\vec{n} := \frac{\vec{m}}{|\vec{m}|}$. Der Vektor $\vec{p}$ muss in der Ebene E_1 liegen und ist daher so zu wählen, dass $\vec{m} \cdot \vec{p} = -27$ gilt, z.B. als $\begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3}$.