Fragen zur Vorlesung 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie I' vom 10.11.2020

Aufgabe L11

Beantworten Sie bitte folgende Fragen bis zum 13.11.2020 17:00 per E-Mail an
rhschulz@zedat.fu-berlin.de

11a) (Skript 13.3)

Sei s die Spiegelung an der $\xi_1-\xi_2-$Ebene im Raum $\mathbb{R}^3$ (mit kanonischem Skalarprodukt). Seien ferner $B = (e_1, e_2, e_3)$ die kanonische Basis von $\mathbb{R}^3$ und C die Basis $C = (c_1, c_2, c_3)$ mit $c_1 = e_1 + e_2$, $c_2 = e_3$ und $c_3 = e_1$. Geben Sie bitte (ohne Begründung) die Matrizen (i) $M_B^B(s)$ und (ii) $M_C^B(s)$ an!

Lösungshinweis: $s(e_1) = e_1, s(e_2) = e_2$ und $s(e_3) = -e_3$.

Antwort:

(i) $M_B^B(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Anmerkung: In den Spalten von $M_B^B(s)$ stehen die Koordinaten bzgl. B von $s(e_1), s(e_2)$ und $s(e_3)$.

(ii)$M_C^B(s) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Anmerkung: In den Spalten von $M_C^B(s)$ stehen die Koordinaten von $s(e_1) = e_1 = c_3, s(e_2) = e_2 = (e_1 + e_2) - e_1 = c_1 - c_3$ und $s(e_3) = -e_3 = -c_2$ bzgl. C.

11b) (Skript 13.11)

(i) Berechnen Sie das Produkt $M_0 = M_1 \cdot M_2$ der folgenden reellen Matrizen:

$$M_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad M_2 := \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(ii) Um welche geometrische Abbildung handelt es sich bei

$$f_{M_0} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad \text{mit} \quad x \mapsto M_0 x \ ?$$

Antwort:

(i) $M_0 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -E_2$ mit der (2×2)- Einheitsmatrix E_2.

(ii) f_{M_0} ist die Punktspiegelung mit Zentrum 0
(Produkt der Spiegelung an der ξ_2-Achse und der Spiegelung an der ξ_1-Achse).