

6. Übung zur Algebra und Zahlentheorie II

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

Aufgabe 21

Betrachte die Gruppe $(\mathbb{Z}_{15}, +)$.

Sei $f : \mathbb{Z}_{15} \rightarrow \mathbb{Z}_{15}$ definiert durch $f(a(\text{mod}15)) := 3a(\text{mod}15)$.

Man zeige: f ist ein Gruppenhomomorphismus.

Aufgabe 22

Man bestimme den Kern von f in Aufgabe 21.

Aufgabe 23

Sei $r \in \mathbb{Z}$ gegeben.

Die Abbildung $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ sei definiert durch $f(z) := r \cdot z$ für alle $z \in \mathbb{Z}$.

Für welche $r \in \mathbb{Z}$ ist f ein Ringhomomorphismus?

Aufgabe 24

Ist \mathbb{Z} ein Ideal des Ringes $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$?