

### 3. Übung zur Algebra und Zahlentheorie II

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

#### Aufgabe 9

Es sei  $(G, \circ)$  eine Gruppe und  $Z := \{x \in G \mid g \circ x = x \circ g \text{ für alle } g \in G\}$  das Zentrum von  $G$ .

Bekanntlich ist  $Z$  eine Untergruppe von  $G$ .

Man zeige:

$Z$  ist Normalteiler in  $G$ .

#### Aufgabe 10

Sei  $N$  Untergruppe der Gruppe  $(G, \circ)$ .

Man zeige (Normalteilerkriterium):

$N$  Normalteiler in  $G \Leftrightarrow$  Für alle  $g \in G, n \in N$  gilt  $g \circ n \circ g^{-1} \in N$

#### Aufgabe 11

(i) Wie viel Linksnebenklassen besitzt die von  $(1,2,3)$  erzeugte Untergruppe  $U$  der symmetrischen Gruppe  $S_3$  vom Index 3?

(ii) Man zeige:  $U$  ist Normalteiler in  $S_3$ .

(iii) Wie viel Elemente besitzt die Faktorgruppe von  $U$  in  $S_3$ ?

#### Aufgabe 12

Es sei  $(G, \circ)$  eine Gruppe und  $g \in G$ .

Die Abbildung  $f$  bilde jedes  $a \in G$  ab auf  $g \circ a \circ g^{-1}$ .

Man zeige:  $f$  ist ein Gruppenhomomorphismus.