

16. Übung zur Algebra und Zahlentheorie II

Weiterbildung für Lehrer Dozent: V.Schulze

Wiederholungsaufgaben zum Thema Gruppentheorie

Aufgabe 61

(i) Man stelle die Permutation

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

als Produkt elementfremder Zyklen dar.

(ii) Man stelle π als Produkt von Transpositionen dar.

Aufgabe 62

(i) Es sei $\mathbb{Q}(\sqrt[2]{2}) := \{a + b\sqrt[2]{2} | a, b \in \mathbb{Q}\}$.

Ist $(\mathbb{Q}(\sqrt[2]{2}), +)$ eine Gruppe?

(ii) Die Abbildung $\varphi : \mathbb{Q}(\sqrt[2]{2}) \rightarrow \mathbb{Q}(\sqrt[2]{2})$ sei definiert durch

$$\varphi(a + b\sqrt[2]{2}) := a - b\sqrt[2]{2}.$$

Ist φ ein Gruppen-Homomorphismus?

Aufgabe 63

(i) Welche Ordnung hat das Element $3(\text{mod } 6)$ in der Gruppe $(\mathbb{Z}_6, +)$?

(ii) Man gebe eine nichttriviale Untergruppe von $(\mathbb{Z}_6, +)$ an.

Aufgabe 64

(i) Man gebe eine Untergruppe von (\mathbb{Z}_{10}, \cdot) der Ordnung 2 an.

(ii) Welchen Index besitzt die Untergruppe in der primen Restklassengruppe von \mathbb{Z}_{10} ?