

11. Übung zur Algebra und Zahlentheorie II

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

Aufgabe 41

Man bestimme $\varphi(2915)$.

Dabei bezeichne φ die Eulersche φ -Funktion.

Aufgabe 42

Man zeige, daß 10 eine Primitivwurzel $\text{mod } 7$ ist.

Aufgabe 43

Es sei $\frac{a}{b}$ eine rationale Zahl mit $0 < a < b$ und $\text{ggT}(a, b) = 1$.

Ferner sei $\text{ggT}(10, b) = 1$.

Dann besitzt $\frac{a}{b}$ eine rein periodische Dezimalzahldarstellung der Form $0,\overline{a_1a_2 \cdots a_r}$, wobei r die Ordnung von $10 \pmod{b}$ im Restklassenring \mathbb{Z}_b ist.

Anmerkung:

Eine beliebige positive rationale Zahl hat stets die Form $\frac{1}{10^r}(c + \frac{a}{b})$ mit $r \geq 0; c \in \mathbb{N} \cup \{0\}; 0 \leq a < b; \text{ggT}(a, b) = 1$, falls $0 < a; \text{ggT}(10, b) = 1$.

Die Dezimaldarstellung dieser Zahl bekommt man dann leicht, wenn die für $\frac{a}{b}$ bekannt ist.

Aufgabe 44

Man überprüfe die Aussage aus Aufgabe 43 für $\frac{a}{b} = \frac{4}{7}$ und verwende das Ergebnis zur Bestimmung der Dezimalzahldarstellung von $\frac{1}{28}$.