

## 18. Übung zur Algebra und Zahlentheorie II

Weiterbildung für Lehrer Dozent: V.Schulze

Wiederholungsaufgaben zum Thema Polynome und Körper

### Aufgabe 69

(i) Besitzt  $28x^3 - 21x - 6$  eine Nullstelle in  $\mathbb{Z}$  ?

(ii) Es sei  $\cos 3\alpha = \frac{6}{7}$ .

Ist eine Dreiteilung des Winkels  $3\alpha$  mit Zirkel und Lineal möglich?

### Aufgabe 70

(i) Ist  $x^3 - 2x^2 + 2x + 2 \in \mathbb{Q}[x]$  irreduzibel?

(ii) Man stelle  $x^3 - 2x^2 + 2x + 2 \in \mathbb{Z}_3[x]$  in  $\mathbb{Z}_3[x]$  als Produkt irreduzibler Polynome dar.

### Aufgabe 71

(i) Ist  $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$  ein Unterkörper des Körpers der reellen Zahlen?

(ii) Gilt  $\mathbb{Q}(\sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{12})$ ?

### Aufgabe 72

(i) Man bestimme  $\text{Irr}(\sqrt[4]{7}, \mathbb{Q})$ .

(ii) Man gebe eine Basis von  $\mathbb{Q}(\sqrt[4]{7}) : \mathbb{Q}$  an und stelle  $(\sqrt[4]{7}^2 + 1)^{-1}$  als Linearkombination dieser Basiselemente dar.