# Übung zum Lehrerweiterbildungskurs Mathematik in 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie I'

**Aufgabe C4** (Basis)
Untersuchen Sie, ob die Vektoren

$$\begin{array}{lll} (\ \ 0, & 1, & 1\,) \\ (-1, & 0, & 1\,) \\ (-1, & -1, & 0\,) \end{array}$$

eine Basis von $\mathbb{R}^3$ bilden!

---

**Lösungsskizze**

*Heuristik:*
Sei $(0,1,1)\lambda + (-1,0,1)\mu + (-1,-1,0)\nu = 0$.
Dann gilt $(0-\mu-\nu, \lambda+0-\nu, \lambda+\mu+0) = (0,0,0)$; daraus ergibt sich $\lambda = \nu = -\mu$.
Umgekehrt erfüllen $\lambda = \nu = -\mu = 1$ die obige Gleichung.
*Behauptung:*
Die angegebenen Vektoren bilden keine Basis, da sie linear abhängig sind.
*Beweis:*
Z.B. ist $(0,1,1) - (-1,0,1) + (-1,-1,0) = (0,0,0)$ eine nicht-triviale Linearkombination des Nullvektors.
*Anmerkung:* Bei analoger Bildung von Vektoren in $\mathbb{R}^n$ sind diese linear unabhängig für gerades $n$, linear abhängig für ungerades $n$.