

5. Übung zur Algebra und Zahlentheorie II

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

Aufgabe 17

Es sei $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$ und (\mathbb{Z}_2, \circ) die Gruppe mit zwei Elementen.

Die Abbildung $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$ sei definiert durch

$f(z) = 0$, falls z gerade ist und

$f(z) = 1$, falls z ungerade ist.

Man zeige:

f ist ein Gruppenhomomorphismus.

Aufgabe 18

Man zeige:

$\mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \cong \mathbb{Z}_2$.

(Beachte Aufgabe 16 und verwende den Homomorphiesatz)

Aufgabe 19

Welche Ordnung besitzt das Element $3(\text{mod}12)$ in $(\mathbb{Z}_{12}, +)$?

Aufgabe 20

Besitzt die Gruppe $(\mathbb{Z}_{12}, +)$ ein Element der Ordnung 2?