2. Übung zur Algebra und Zahlentheorie II

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

Aufgabe 5

Gegeben sei die Permutation

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

(i) Man stelle π als Produkt elementefremder Zyklen dar.
(ii)Man stelle π als Produkt von Transpositionen dar.

Aufgabe 6

Es sei $\mathbb{R}$ die Menge der reellen Zahlen. Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist $(\mathbb{R}, \circ)$ eine Halbgruppe beziehungsweise Gruppe, wenn $\circ$ definiert wird durch $x \circ y := ax + y$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$?

Aufgabe 7

Es sei $(G, \circ)$ eine Gruppe und U eine nichtleere Teilmenge von G.
Man zeige (Untergruppenkriterium):

$$U \text{ Untergruppe von } (G, \circ) \Leftrightarrow \text{Für alle } a, b \in U \text{ ist } a \circ b^{-1} \in U$$

Aufgabe 8

Es sei $(G, \circ)$ eine endliche Gruppe mit dem neutralen Element e und $a, b \in G$.
Man zeige:
(i) Es gilt: $b \circ a \circ b^{-1} = e \Leftrightarrow a = e$.
(ii) a und $b \circ a \circ b^{-1}$ erzeugen jeweils Untergruppen mit gleich viel Elementen.