

9. Übung zur Analysis II

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

Aufgabe 17

Gegeben sei die Abbildung $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.

Seien Z_1, Z_2 Zerlegungen von $[a, b]$,

$\bar{S}(f, Z_1)$ die zu Z_1 gehörige Obersumme von f ,

$\underline{S}(f, Z_2)$ die zu Z_2 gehörige Untersumme von f .

Man zeige: $\underline{S}(f, Z_2) \leq \bar{S}(f, Z_1)$.

Hinweis: Betrachte die Zerlegung $Z_1 \cup Z_2$.

Aufgabe 18

Es sei $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} -1 & \text{falls } x \in [-1, 0] \\ 1 & \text{falls } x \in (0, 1] \end{cases}$$

(i) Berechne $g(t) := \int_{-1}^t f(x) dx$.

(ii) Ist $g(t)$ differenzierbar?

Anmerkung:

Da f nicht stetig ist, ist der Hauptsatz der Differentialrechnung und Integralrechnung nicht anwendbar.

Man kann zeigen, daß f keine Stammfunktion besitzt.