

18 Übung zur Analysis II

Weiterbildung für Lehrer

Dozent: V.Schulze

Wiederholungsaufgaben

Aufgabe 35

Es sei $f : (-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1-\cos x}{x} & \text{falls } x \neq 0 \\ 0 & \text{falls } x = 0 \end{cases}$$

- (i) Man zeige, daß f stetig ist.
- (ii) Ist f differenzierbar?
- (iii) Existiert das Integral $\int_0^1 f(x)dx$?

Aufgabe 36

Für $0 < x < y$ zeige man $\frac{1}{y} < \frac{\ln y - \ln x}{y-x} < \frac{1}{x}$.

Hinweis: Man verwende den Mittelwertsatz.

Aufgabe 37

- (i) Existiert das Integral $\int_1^2 xe^{-x} dx$?
- (ii) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von $\int xe^{-x} dx$.
- (iii) Konvergiert das uneigentliche Integral $\int_1^{\infty} xe^{-x} dx$?

Aufgabe 38

Es sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) := \begin{cases} \sqrt{16 - x^2 - 6y^2} & \text{falls } 16 \geq x^2 + 6y^2 \\ 0 & \text{falls } 16 < x^2 + 6y^2 \end{cases}$$

- (i) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$ im Punkt $(1, 1)$.
- (ii) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene von f im Punkt $(1, 1)$.
- (iii) Existiert die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x}$ im Punkt $(4, 0)$?