

## Übung zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie'

### Aufgabe D7 (Punktspiegelung)

In der reellen euklidischen Ebene sei  $M$  der Mittelpunkt einer Strecke  $\overline{AB}$  und  $g$  eine Gerade durch  $M$  mit  $g \neq AB$  und  $g \not\perp AB$ . Beweisen Sie mithilfe einer Bewegung: Der Abstand des Punktes  $A$  von  $g$  ist gleich dem Abstand des Punktes  $B$  von  $g$  (siehe Abbildung 1) !

*Lösungshinweis:* Allgemeine Eigenschaften von Bewegungen und des Abstands dürfen hier ohne Beweis benutzt werden.

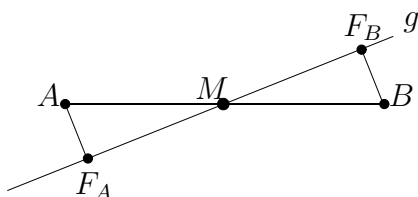


Abbildung 1:  
Skizze zu Aufgabe D7

### Lösungsskizze:

Der Abstand eines Punktes  $P$  von einer Geraden  $g$  ist gleich der Länge des Lots von  $P$  auf  $g$ . Zu zeigen ist daher  $|\overline{AF_A}| = |\overline{BF_B}|$  für die Lotfußpunkte des Lots von  $A$  bzw.  $B$  auf  $g$ .

Die Punktspiegelung mit Zentrum  $M$  bildet  $A$  auf  $B$  ab und  $g$  auf sich. Wegen der Winkeltreue ist  $\overline{BF_B}$  das Bild von  $\overline{AF_A}$ , wegen der Längentreue also

$$|\overline{AF_A}| = |\overline{BF_B}|.$$

*Anmerkung:* Alternative Beweise benutzen den Kongruenzsatz 'WSW' oder den Stufenwinkelsatz und einen Strahlensatz.