Übung zum Lehrerweiterbildungskurs Mathematik
'Lineare Algebra/Analytische Geometrie II'

Aufgabe C6 (Eigenwerte, Eigenräume, charakteristisches Polynom)
Sei

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(3,3)} \text{ !}$$

(i) Zeigen Sie, dass $v_1 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(3,1)}$ ein Eigenvektor von A_1 ist!

Welcher Eigenwert λ_1 gehört zu v_1 ?

(ii) Berechnen Sie das charakteristische Polynom $\chi_{A_1}(X)$, die Eigenwerte von A_1 und deren algebraische Vielfachheit, ferner

(iii) den Eigenraum $E(A_1, \lambda_1)$ von λ_1 zu A_1 und die geometrische Vielfachheit der Eigenwerte von A_1 ! Was folgt für die Diagonalisierbarkeit von A_1?