Übung zum Lehrkräfteweiterbildungskurs Mathematik
'Lineare Algebra/Analytische Geometrie II'

Aufgabe A1 (Determinante)

Berechnen Sie die reelle Determinante

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

auf drei verschiedene Arten!

Lösungsskizze

(i) Durch elementare Umformungen erhält man z.B. eine Dreiecksmatrix:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -1.$$

(ii) Entwicklung nach der 3.Zeile gemäß Laplace ergibt:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} - 0 + 0 = -1.$$

(iii) Nach Sarrus erhält man:

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right| = 0 + 0 + 0 - 1 \cdot 1 \cdot 1 - 0 - 0 = -1.$$