

Übungen zum Lehrkräfteweiterbildungskurs “Lineare Algebra/Analytische Geometrie II”

Aufgabe W0 (Summe von Unterräumen, Basis, Dimension, Faktorraum) ¹
Sei V ein endlich-dimensionaler K -Vektorraum, und seien U_1, U_2 Untervektorräume von V ! Zeigen Sie, dass folgende Bedingungen gleichwertig sind:

- (i) $V = U_1 \oplus U_2$.
- (ii) Ist $B_1 := (u_1, \dots, u_k)$ eine Basis von U_1 und $B_2 := (w_1, \dots, w_l)$ eine Basis von U_2 , so ist $B := (u_1, \dots, u_k, w_1, \dots, w_l)$ eine Basis von V .
- (iii) $V = U_1 + U_2$ und $\dim V = \dim U_1 + \dim U_2$.
- (iv) $V = U_1 + U_2$ und $\dim V/U_1 = \dim U_2$.

¹Vgl. Lemma 1 in 2.2.5 von G.Fischer: Lehrbuch Lineare Algebra und Analytische Geometrie, Springer Spektrum 2017³