

Übung zum Lehrerweiterbildungskurs Mathematik 'Lineare Algebra/Analytische Geometrie II'

Aufgabe D5 (orthogonale Abbildung, Orthogonalraum)

Sei V ein endlich-dimensionaler \mathbb{R} -Vektorraum; weiter sei φ ein Skalarprodukt auf V ; sei schließlich $f \in \text{End}_{\mathbb{R}}(V)$ orthogonale Transformation bzgl. φ , d.h. es gelte insbesondere

$$\varphi(f(x), f(y)) = \varphi(x, y) \text{ für alle } x, y \in V.$$

Zeigen Sie:

- (a) f ist bijektiv.
- (b) Es gilt $U \cap U^\perp = \{0\}$ für jeden Unterraum U von V .