

Übung zum Lehrkräfteweiterbildungskurs 'Geometrie'

Aufgabe W4 (Kreis, Mittelsenkrechte)

Sei k ein Kreis mit Radius r und Mittelpunkt M in der euklidischen Ebene $\mathcal{E} = (\mathcal{P}, \mathcal{G})$, also $k = \{P \in \mathcal{P} : |\overline{PM}| = r\}$. Zeigen Sie elementargeometrisch:

Jede Gerade h aus \mathcal{G} schneidet k in höchstens 2 Punkten.

Lösungshinweis: Unter der Annahme, dass $A, B, C \in k \cap h$ und dass B zwischen A und C liegt, betrachte man die Mittelsenkrechten m_{AB} und m_{BC} . Schneiden sie sich im Mittelpunkt M von k ?

Lösungsskizze:

Die beiden Mittelsenkrechten m_{AB} und m_{BC} sind einerseits freie Schenkel von kongruenten Stufenwinkeln und daher parallel. Andererseits gilt $\overline{AM} \equiv \overline{BM}$ sowie $\overline{BM} \equiv \overline{CM}$ und daher (nach den Eigenschaften von Mittelsenkrechten) $M \in m_{AB} \cap m_{BC}$, ein Widerspruch. Daher gilt $|h \cap k| \leq 2$.