

Übung zum Lehrkräfteweiterbildungskurs 'Geometrie'

Aufgabe W2(Gleichschenkliges Dreieck, Seitenhalbierende, Winkelhalbierende, Kongruenzsätze 'SSS' und 'SsW')

Sei $\Delta = \Delta ABC$ ein Dreieck in der euklidischen Ebene ! Die Seitenhalbierende von $c = \overline{AB}$ sei mit s_c bezeichnet, die Winkelhalbierende von Winkel $\gamma = \sphericalangle ACB$ mit w_γ . Der Mittelpunkt von \overline{AB} heiÙe M ! Zeigen Sie:

- (i) Ist Δ gleichschenklig mit kongruenten Seiten \overline{AC} und \overline{BC} , so sind s_c und w_γ gleich.
- (ii) Sind umgekehrt s_c und w_γ gleich, und gilt $|\overline{AM}| > |\overline{CM}|$, so ist Δ gleichschenklig .

Lösungsskizze

- (i) Sei Δ gleichschenklig mit $\overline{AC} \equiv \overline{BC}$, und sei M der Mittelpunkt von \overline{AB} , also $s_c = CM$. Dann genügen ΔAMC und ΔBMC den Voraussetzungen des Kongruenzsatzes SSS und sind daher kongruent. Es folgt $\sphericalangle ACM \equiv \sphericalangle BCM$, woraus sich $s_c = w_\gamma$ ergibt.
- (ii) In dem Dreieck ΔABC gelte umgekehrt $s_c = w_\gamma$! Gilt dann $|\overline{AM}| > |\overline{CM}|$, so ist $\sphericalangle ACM$ der Gegenwinkel der (im Vergleich zu \overline{CM}) längeren Seite. Aus dem Kongruenzsatz SsW folgt dann $\Delta AMC \equiv \Delta BMC$ und daraus $|\overline{AC}| = |\overline{BC}|$.