

Übung zum Lehrkräfteweiterbildungskurs 'Geometrie'

Aufgabe E2 (rechtwinkligs Dreieck, Hypotenusenlänge, Kongruenzsätze)
Sei $SATB$ ein nicht-ausgeartetes konvexes¹ Viereck der reellen euklidischen Ebene² mit $|\overline{AS}| = |\overline{AT}|$ für die von A ausgehenden Seiten \overline{AS} und \overline{AT} sowie $|\sphericalangle ASB| = |\sphericalangle ATB| = R$ (rechter Winkel) für die gegenüberliegenden Winkel $\sphericalangle ASB$ und $\sphericalangle ATB$. Zeigen Sie : AB halbiert den Winkel $\sphericalangle SAT$!

Lösungshinweis: Sie dürfen den Satz über die Hypotenusenlänge und den Kongruenzsatz SsW unbewiesen verwenden.

Lösungsskizze

Die rechtwinkligen Dreiecke $\triangle ASB$ und $\triangle ATB$ haben nach Konstruktion die gemeinsame Seite \overline{AB} und kongruente Seiten \overline{AS} bzw. \overline{AT} . Da die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks länger ist als die Kathete, ist jeweils der rechte Winkel Gegenwinkel der längeren der beiden relevanten Strecken. Aus dem Kongruenzsatz SsW folgt die Kongruenz der Dreiecke und damit: $|\sphericalangle SAB| = |\sphericalangle TAB|$.

¹ $M \subseteq \mathcal{P}$ heißt konvex, falls für alle $P, Q \in M$ gilt: $[P, Q] \subseteq M$.

²d.h. Ebene eines 3-dim geordneten affinen Raumes mit Axiomen (KO1) bis (KO6)