

Übung zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie'

Aufgabe C9 (Umkehrung des Satzes von Pythagoras) (Skript-Aufg. 63)

Beweisen Sie die Umkehrung des Satzes von Pythagoras:

Gilt in der euklidischen Ebene für ein Dreieck $\triangle ABC$ mit Seitenlängen a, b bzw. c die Gleichung

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

so ist es rechtwinklig.

Lösungshinweis: Benutzen Sie den Kongruenzsatz SSS !

Lösungsskizze:

Durch Abtragen von Strecken der Länge a bzw. b auf den Schenkeln eines rechten Winkels erhalten wir ein rechtwinkliges Dreieck $\triangle A'B'C'$. Für die Länge c' der Hypotenuse dieses Dreiecks gilt nach dem Satz von Pythagoras $c'^2 = a^2 + b^2 = c^2$. Aus $(c' + c)(c' - c) = c'^2 - c^2 = 0$ folgt $c = c'$ (wegen der Nullteilerfreiheit des zugrunde liegenden Körpers und wegen $c' > 0$ sowie $c > 0$). Nach dem Kongruenzsatz SSS gilt dann $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$; damit ist auch $\triangle ABC$ rechtwinklig. \square