

## Übung zum Lehrerweiterbildungskurs 'Geometrie'

### Aufgabe C7 (Strahlensätze, Satz von Menelaos)

In der reellen euklidischen Ebene teile eine Gerade  $g$  zwei Seiten eines Dreiecks  $\Delta ABC$  echt innen und eine Seite außen. Für jede Seite bilde man – zyklisch vorgehend – das Verhältnis der vom Teilpunkt zu den beiden Ecken gemessene Abstände. Man beweise: Das Produkt dieser drei Zahlen hat den Wert 1.

*Hinweis:* Man fälle von den Ecken Lote auf  $g$  !

### Lösungsskizze:

Man bezeichne die Schnittpunkte der “Menelaos-Geraden” mit den Dreiecksseiten mit  $S_a, S_b, S_c$  und fälle die Lote von der Geraden auf  $A, B$  und  $C$ ; die Lotfußpunkte nenne man  $L_A, L_B, L_C$ ! Da diese “Lote” parallel zueinander sind, erhält man mit dem zweiten Strahlensatz

$$\frac{|\overline{L_A A}|}{|\overline{L_C C}|} = \frac{|\overline{A S_b}|}{|\overline{C S_b}|}, \quad \frac{|\overline{L_B B}|}{|\overline{L_A A}|} = \frac{|\overline{S_c B}|}{|\overline{S_c A}|} \quad \text{sowie} \quad \frac{|\overline{L_C C}|}{|\overline{L_B B}|} = \frac{|\overline{S_a C}|}{|\overline{S_a B}|}.$$

Dann folgt

$$\frac{|\overline{A S_b}|}{|\overline{C S_b}|} \cdot \frac{|\overline{S_c B}|}{|\overline{S_c A}|} \cdot \frac{|\overline{S_a C}|}{|\overline{S_a B}|} = \frac{|\overline{L_A A}|}{|\overline{L_C C}|} \cdot \frac{|\overline{L_B B}|}{|\overline{L_A A}|} \cdot \frac{|\overline{L_C C}|}{|\overline{L_B B}|} = 1$$

und damit der “Satz des Menelaos”.